

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۱۰۵

تعداد سؤاا: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زما امتحان: تسی و تکمیلی ۶۰ نینا تشریحی ۹۰ نینا

تعداد کل صفحات: ۶

۸۷, ۱۰, ۲۵
۸:۳۰

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. در کدام تجزیه LU برای ماتریس A، هر عنصر L توسط ریشه دوم عنصر قطری نظیرش در A کران دار می شود؟

الف. دولیتل ب. کرات ج. چولسکی د. SOR

۲. هر نگاشت مانند $J \rightarrow J$ که در آن $J = \{1, 2, \dots, n\}$ و n عددی ثابت است را چه می نامند؟

الف. جایگشت ب. p-ماتریس ج. Q-ماتریس د. شکاف

۳. کدام رابطه درست نیست؟ (A یک ماتریس $n \times n$ دلخواه است.)

الف. $\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$ ب. $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

ج. $\|A\|_p = \rho(AA^T)$ د. $\|A\|_p = \sup_{\|x\|_p=1} \|Ax\|_p$

۴. در مورد نرم ها کدام رابطه نادرست است؟

الف. $\|A\|_p = \max_{\|x\|_p=1, \|y\|_p=1} |y^T Ax|$ ب. $\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p\right)^{1/p}$

ج. $\|x\|_{\infty} \leq \|x\|_1 \leq \|x\|_p$ د. $n^{-1} \|A\|_p \leq n^{1/p} \|A\|_{\infty}$

۵. گزینه نادرست را مشخص کنید.

الف. هر دو نرم دلخواه بر روی یک فضای برداری با بعد متناهی به مفهوم یکسانی از همگرایی منجر می شود.

ب. هر دنباله کشی در یک فضای خطی نرم دار با بعد متناهی همگراست.

ج. یک دنباله مفروض، به بردار v همگراست اگر $\lim_{k \rightarrow \infty} \|v^{(k)} - v\| = 0$

د. در \mathbb{R}^p از $\|v^{(k)} - v\|_{\infty} \rightarrow 0$ لزوما نتیجه نمی شود $\|v^{(k)} - v\|_p \rightarrow 0$

نام درس: جبر خطی عددی

تعداد سؤال: فنی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۱۰۵

تعداد کل صفحات: ۶

۶. اگر A, B ماتریس های $n \times n$ باشند به طوری که $\|I - AB\| < 1$ ، آن گاه:

$$B^{-1} = A \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k \quad \text{ب.}$$

$$A^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k \quad \text{الف.}$$

$$B^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k A \quad \text{د.}$$

$$A^{-1} = B \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k \quad \text{ج.}$$

۷. کدام شرط برای همگرایی روش تکراری $Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b, (k \geq 1)$ در حل دستگاه $Ax = b$ با هر بردار اولیه ای کافیست؟

الف. اگر برای نرم ماتریسی طبیعی ای داشته باشیم $\|I - Q^{-1}A\| < 1$

$$\text{ب. } \forall \varepsilon > 0, \|I - QA\| < \varepsilon$$

$$\text{ج. } \|x^{(k)} - x\| \geq (I - Q^{-1}A)(x^{(k-1)} - x)$$

$$\text{د. } \lim_{k \rightarrow \infty} \|x^{(k)} - x\| = 0$$

۸. در روش ژاکوبی، ماتریس Q در دنباله تکراری $Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b$ چه ماتریسی است؟

الف. ماتریسی قطری است که درایه های قطری آن همان درایه های قطری ماتریس A است.

ب. قسمت پایین مثلثی A که شامل قطر است.

ج. قسمت بالایی مثلثی A که شامل قطر است.

د. ماتریس همانی

۹. عبارت B یک معکوس تقریبی A است به کدام تعبیر نزدیک تر است؟

$$\text{ب. } \forall \varepsilon > 0, \|I - AB\| < \varepsilon$$

$$\text{الف. } \|I - AB\| < 1$$

$$\text{د. } A^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} B^k$$

$$\text{ج. } \|A^{-1}\| = \|B\|$$

نام درس: جبر خطی عددی

تعداد سؤال: فنی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نوبت تشریحی ۹۰ نوبت

کلاس: ۱۱۱۱۱۰۵

تعداد کل صفحات: ۶

۱۰. شرط لازم و کافی همگرایی فرمول تکراری $x^{(k)} = Gx^{(k-1)} + C$ به ازای هر بردار اولیه‌ای چیست؟الف. $\rho(G) \leq 1$ ب. $\rho(A) \leq 1$ ج. $\rho(G) < 1$ د. $\rho(A) < 1$

۱۱. روش توانی معکوس برای محاسبه چه چیزی کاربرد دارد؟

الف. مقدار ویژه نزدیک به عدد خاص
ب. کوچک ترین مقدار ویژه از لحاظ قدر مطلق
ج. مقدار ویژه غالب از لحاظ قدر مطلق
د. مقدار ویژه غالب و بردار مقدار ویژه غالب

۱۲. صورت قضیه شور چه می گوید؟

الف. هر ماتریس مربعی مشابه یک ماتریس مثلثی است.
ب. هر ماتریس هرمیتی به طور یکانی مشابه یک ماتریس قطری است.
ج. ماتریس های مشابه مقادیر ویژه یکسان دارند.
د. هر ماتریس مربعی به طور یکانی مشابه یک ماتریس مثلثی است.

۱۳. اثر یک ماتریس برابر است با :

الف. حاصل ضرب مقادیر ویژه
ب. مجموع مقادیر ویژه
ج. حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی
د. مجموع مربعات مقادیر ویژه۱۴. فرآیند گرام اشمیت بر روی ستون های یک ماتریس $m \times n$ مانند A و از مرتبه n به کار برده می شود، چه تجزیه‌ای حاصل می گردد؟الف. $A = BT$ که در آن B یک ماتریس $m \times n$ با ستون های یکا متعامد بوده و T یک ماتریس $n \times n$ با عناصر قطری منفی است.ب. $A = BT$ که در آن B یک ماتریس $m \times n$ با ستون های یکا متعامد بوده و T یک ماتریس بالا مثلثی $n \times n$ با عناصر قطری مثبت است.ج. $A = BT$ که در آن B یک ماتریس $n \times n$ با ستون های یکا متعامد بوده و T یک ماتریس $n \times n$ با عناصر قطری منفی است.د. $A = BT$ که در آن B یک ماتریس $n \times n$ با ستون های یکا متعامد بوده و T یک ماتریس بالا مثلثی $n \times n$ با عناصر قطری مثبت است.

نام درس: جبر خطی عددی

تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی -- تفریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۱۰۵

تعداد کل صفحات: ۶

۱۵. مفیدترین تجزیه متعامد است؟

- الف. چولسکی ب. هاوس هولدر ج. گرام اشمیت د. شور

۱۶. ماتریس A را بیجستی نامند هرگاه:

الف. $A^T = I$ ب. $AA^* = I$

ج. $A = A^*$ د. $AA^* = A^T$

۱۷. شرط $\rho(A) < 1$ ، معادل کدام شرط است؟

الف. $\forall \varepsilon > 0, \lim_{x \rightarrow \infty} Ax \geq \varepsilon$ ب. $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k x = 0$

ج. $\forall Q \in \mathbb{R}^{n \times n}, \rho(I - Q^{-1}A) < 1$ د. $\forall Q \in \mathbb{R}^{n \times n}, \rho(I - Q^{-1}A) \geq 1$

۱۸. در فضای بردارهای n -بعدی مختلط، کدام عبارت نادرست است؟

الف. $\|x\|_p = \sqrt{\langle x^*, x \rangle}$

ب. A هرمیتی است هرگاه $A^* = A$

ج. A مثبت معین است $\langle Ax, x \rangle > 0: \forall x \neq 0$

د. اگر A هرمیتی باشد، آن گاه $\langle Ax, y \rangle = \langle x, Ay \rangle$

۱۹. «متعادل سازی سطری» عبارت است از:

الف. فرآیند تقسیم هر سطر از ماتریس ضرایب بر عنصر ماکزیم آن سطر از لحاظ مقدار مطلق.

ب. فرآیند ضرب هر سطر از ماتریس ضرایب در عنصر ماکزیم آن سطر.

ج. فرآیند ضرب تمام سطرهای ماتریس در عنصر ماکزیم.

د. فرآیند تقسیم تمام سطرهای ماتریس بر عنصر ماکزیم از نظر قدر مطلق.

نام درس: جبر خطی عددی

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی ۵ تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۱۰۵

تعداد کل صفحات: ۶

۲۰. کدام یک از دوائر زیر، دایره قضیه گرشگورین برای ماتریس $\begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۰ \\ -۴ & ۲ & ۱ \\ ۶ & ۷ & -۵ \end{bmatrix}$ است؟

ب. $\{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| < ۳\}$

الف. $\{z \in \mathbb{C} : |z - ۳| \leq ۴\}$

د. $\{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| < ۱\}$

ج. $\{z \in \mathbb{C} : |z + ۵| \leq ۱۳\}$

سوالات تشریحی

هر سوال تشریحی ۲ نمره دارد.

۱. تجزیه LU ماتریس زیر را که در آن L یک ماتریس پایین مثلثی با عناصر قطری ۲ است، تعیین کنید:

$$\begin{bmatrix} ۶ & ۱۰ & ۰ \\ ۱۲ & ۲۶ & ۴ \\ ۰ & ۹ & ۱۲ \end{bmatrix}$$

۲. نشان دهید روش حذفی گاوس بدون محورگیری اکیدا غالب قطری بودن یک ماتریس را حفظ می کند.

۳. روش توانی را بر روی ماتریس و بردار اولیه زیر به کار برید: (سه تکرار کافی است)

$$A = \begin{bmatrix} ۶ & ۵ & -۵ \\ ۲ & ۶ & -۲ \\ ۲ & ۵ & -۱ \end{bmatrix}, \quad x = (-۱, ۱, ۱)^T$$

۴. با استفاده از الگوریتم هاوس هولدر یک گام از تجزیه QR ماتریس زیر را بیابید: (نوشتن یک گام اول کافی است).

$$A = \begin{bmatrix} ۶۳ & ۴۱ & -۸۸ \\ ۴۲ & ۶۰ & ۵۱ \\ ۰ & -۲۸ & ۵۶ \\ ۱۲۶ & ۸۲ & -۷۱ \end{bmatrix}$$

نام درس: جبر خطی عددی

تعداد سؤال: فنی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: علوم کامپیوتر

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۱۰۵

تعداد کل صفحات: ۶

۵. دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 2 \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -4 \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 5 \end{cases}$$

تکرار گاوس - ساینل را با بردار اولیه $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$ به کار ببرید، (با دقت ۳ رقم اعشار، ۳ تکرار کافی است).

دانشگاه پیام نور
مرکز آموزشی
استاد محترم