

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

نام درس: ریاضیات مهندسی
رشته تحصیلی: گرایش مهندسی کامپیوتر
کد درس: ۲۶۱۱۹۰

۱۴, ۳, ۲۷
عیت

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی - نظری ۵
زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۲۰ دقیقه نظری ۱۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. $|z| = |\bar{z}|$ ب. $|z| = |z^{-1}|$ ج. $|z| = |-z|$ د. $|z| = |z^{-1}|^{-1}$

۲. جواب معادله $z^n - \bar{z} = 0$ کدام است؟

الف. $z = e^{-i \frac{rk\pi}{n}}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
ب. $z = e^{-i \frac{rk\pi}{n-1}}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
ج. $z = e^{i \frac{rk\pi}{n}}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
د. $z = e^{i \frac{rk\pi}{n+1}}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

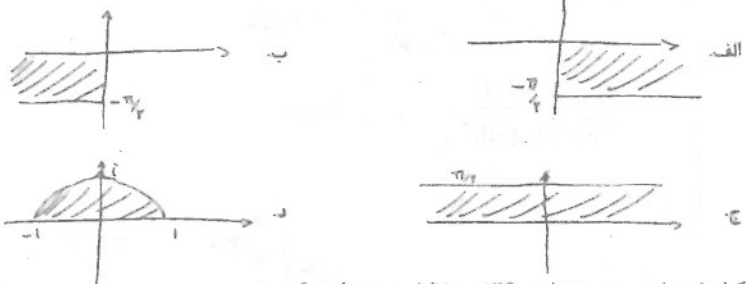
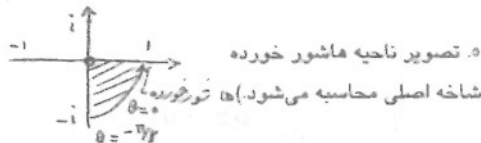
۳. مزدوج همساز تابع تحلیلی $u = y^2 - x^2$ کدام است؟

الف. $-2xy$ ب. $2xy$ ج. $-xy$ د. xy

۴. کدام یک از توابع زیر تام است؟

الف. $f(z) = z^{-1}$ ب. $f(z) = |z|^2$ ج. $f(z) = z^2$ د. $f(z) = \text{Re}(z\bar{z})$

۵. تصویر ناحیه هاشور خورده تحت نگاشت $w = \ln z$ به کدام شکل خواهد بود؟ (لکاریم روی



۶. کدام فرمول در مورد توابع مثلثاتی مختلط صحیح است؟

الف. $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$
ب. $\sin z = \sin(-z)$
ج. $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$
د. $\cos z = -\cos z$



نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سؤالات: نیمی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۲۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۷. کدام تابع چند مقداری نیست؟

الف. $f(z) = \cosh(z)$

ج. $f(z) = (1+i)^z$

ب. $f(z) = z^{2i}$

د. $f(z) = \cos^{-1}(z)$

۸. حاصل انتگرال $\int_C \frac{z^p - p}{z^p + p} dz$ روی دایره $|z|=1$: C کدام است؟

الف. $\frac{p\pi i}{p}$ ب. $\frac{\pi i}{p}$ ج. $-p\pi i$ د. ۰

۹. حاصل انتگرال $\int_C \frac{e^{z^p}}{z} dz$ روی هر دایره $|z|=k$: C ، $k > 0$.

- الف. برابر πi است. ب. برابر $2\pi i$ است.
ج. برابر صفر است. د. بر حسب مقدار k باید محاسبه شود.

۱۰. بسط لوران تابع $f(z) = \frac{\lg z}{z^p}$ در نقطه $z=0$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{z} + \frac{z}{3} + \frac{2z^2}{15} + \dots$ ب. $\frac{1}{z} - \frac{z}{3} + \frac{2z^2}{15} - \dots$
ج. $\frac{1}{z^p} + \frac{1}{3} + \frac{2z^p}{15} + \dots$ د. $\frac{1}{z^p} - \frac{1}{3} + \frac{2z^p}{15} - \dots$

۱۱. مانده تابع $f(z) = \frac{e^z}{z^p}$ در نقطه $z=0$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{p!}$ ب. $\frac{1}{p}$ ج. $\frac{1}{p!}$ د. ۱

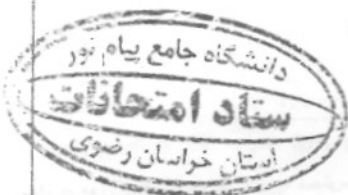
۱۲. تابع $f(z) = \frac{e^z}{z^p(1+z^p)^p}$ در نقطه $z=i$ دارای ...

- الف. یک قطب مرتبه سوم است. ب. یک قطب مرتبه دوم است.
ج. یک قطب مرتبه ششم است. د. قطب نیست.

۱۲. تبدیل دو خطی که نقاط $z=i, \infty$ را به ترتیب به نقاط $-1, 0$ تصویر کند و نیم صفحه بالایی از صفحه z را به

درون دایره واحد $|w| \leq 1$ در صفحه w تصویر کند کدام است؟

الف. $w = \frac{i+z}{i-z}$ ب. $w = \frac{i-z}{i+z}$ ج. $w = \frac{i+z}{i-2z}$ د. $w = \frac{i-2z}{i+2z}$



۲

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

کلاس درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سوالات: فنی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکلیفی ۳۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۱۴. در سری فوری تابع $f(x) = \begin{cases} -k, & -\pi < x < 0 \\ k, & 0 < x < \pi \end{cases}$ دنباله ضرایب کسینوسی، a_n کدام است؟

الف. $\frac{rk}{n\pi} (1 - \cos n\pi)$ ب. $\frac{k}{n\pi} \cos n\pi$

ج. $\frac{rk}{n\pi}$

۱۵. اگر $f(x)$ تابعی فرد و قطعه‌ای هموار در هر بازه $\forall l \in R, (-l, l)$ باشد که دارای انتگرال فوری بر $(-\infty, +\infty)$ باشد، آنگاه:

الف. $B(\alpha) = 0$ ب. $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \alpha t dt = 0$

ج. $A(\alpha) = 0$ د. $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \alpha t dt = 0$

۱۶. در حالت تست ۱۵، انتگرال فوری $f(x)$ به کدام شکل نمایش خواهد یافت؟

الف. $f(x) = \frac{r}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \alpha t \cos \alpha x dt d\alpha$

ب. $f(x) = \frac{r}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \alpha t \sin \alpha x dt d\alpha$

ج. $f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \alpha t \sin \alpha x dt d\alpha$

د. $f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \alpha t \cos \alpha x dt d\alpha$

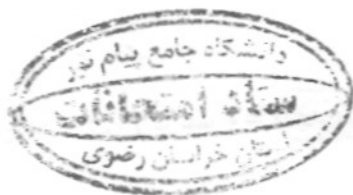
۱۷. تبدیل فوری $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

الف. $\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha\sqrt{2}}$ ب. $\frac{-\sqrt{\pi}}{2\alpha}$ ج. $\frac{1}{\alpha^2\sqrt{\pi}}$ د. $\frac{-1}{\alpha^2\sqrt{2\pi}}$

۱۸. کدام فرمول برای تبدیل‌های فوری سینوسی یا کسینوسی صحیح است؟

الف. $F_c(f) = \sqrt{\frac{r}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \alpha t . dt$ ب. $F_c(f) = \sqrt{\frac{\pi}{r}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \alpha x . dt$

ج. $F_s(f) = \sqrt{\frac{r}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \alpha x . dx$ د. $F_s(f) = \sqrt{\frac{\pi}{r}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \alpha t . dt$



۱۹. جواب عمومی معادله $Xu_{xx} - u_y = 3y^2$ کدام است؟

الف. $u = x^2 - \frac{1}{y}(F(y) + G(x))$ ب. $u = y^2 - \frac{1}{x}(F(y) + G(x))$

ج. $u = y^2 + \frac{1}{x}(F(x) + G(y))$ د. $u = x^2 + \frac{1}{y}(F(x) + G(y))$

۲۰. معادله موج دو بعدی کدام است؟

الف. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ ب. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$

ج. $\frac{\partial u}{\partial t} = c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ د. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید معادله $|z+i| + |z-i| = k$ نمایش یک منوالی است اگر $k=1$ و یک خط راست است اگر $k=2$ باشد.

ثابت کنید:

الف. $|\sin hy| \leq |\sin z| \leq \cos hy$ ب. $\sin h^r y + \cosh h^r y = \sin z^r + \cos z^r$

که در آن $z = x + iy$ یک متغیر مختلط است.

مقادیر انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

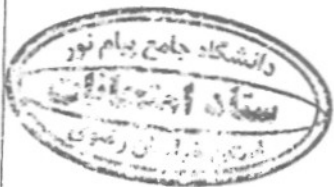
الف) $\int_c \frac{z(z^r+1)}{(z-1)^r} dz$, $c: |z|=r$

ب) $\int_c \frac{dz}{(z^r+1)(z^r+r)}$, $c: |z|=\frac{r}{r}$

ج) $\int_c \frac{z^r dz}{\cos z \sin^r z}$, $c: |z|=1$

شرایب سری فوریه تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{r} + x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{\pi}{r} - x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ با دوره تناوب 2π را در بازه $-\pi \leq x \leq \pi$ محاسبه کنید و از آنجا نتیجه بگیرید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(1-2n)^r} = \frac{\pi^r}{r^2}$$



معادله پخش دما در یک صفحه مربع $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$ با معادله لاپلاس $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 1$ داده می‌شود. اگر دمای چهار لبه

مربع با شرایط مرزی زیر داده شده باشد، مطلوبیت تابع دمای پایدار در هر نقطه (x, y) از صفحه:

$$\begin{cases} u(0, y) = u(1, y) = u(x, 0) = u(x, 1) = 0, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, 1) = k, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$