

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

نام درس: ساختمانهای گسسته - ریاضیات گسسته

تعداد سوال: نسی ۳۱ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر-علوم کامپیوتر-مهندسی فناوری اطلاعات

گروه: مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۵۰۶۷ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۱۱۰۳ - مهندسی فناوری اطلاعات: ۱۱۱۵۱۳۷

۱. کدامیک از جملات زیر گزاره هستند؟

- الف. آیا چندضلعی آینده نگر است؟
- ب. این جمله (همین جمله گزینه "ب" دروغ است.
- ج. $x^2 + 1 = 12$
- د. اگر n عددی فرد نباشد، آنگاه $2n$ عددی فرد است.

۲. کدامیک از هم ارزی های زیر صحیح نیست؟

- الف. $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
- ب. $p \rightarrow q \equiv \neg(p \wedge \neg q)$
- ج. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
- د. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow p)$

۳. هم ارز گزاره نقیض دار زیر، در کدام گزینه آمده است؟ (even به معنی زوج و odd به معنی فرد)

- الف. $\forall x \in \mathbb{N}, [(x^2 \leq 10) \vee (x \text{ is odd})]$
- ب. $\exists x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \wedge (x \text{ is even})]$
- ج. $\forall x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \vee (x \text{ is even})]$
- د. $\exists x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \wedge (x \text{ is even})]$

۴. کدامیک از گزاره های زیر راستگر هستند؟

- الف. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
- ب. $(p \rightarrow q) \rightarrow p$
- ج. $\neg(p \vee q) \wedge (p \vee q)$
- د. $\neg(\neg(p \wedge q) \wedge (p \wedge q))$

۵. فرض کنید که $A = \{a, b, c, d, e\}$ و رابطه R به صورت زیر بر روی A تعریف شده است. در اینصورت R^* دارای چند زوج مرتب است؟

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, e), (c, d), (d, e)\}$$

- الف. ۸
- ب. ۹
- ج. ۱۰
- د. ۱۱

۶. برای $A = \{1, 2, 3\}$ و رابطه $R \subseteq A \times A$ ، با توجه به ماتریس رابطه زیر، کدامیک از خواص برای رابطه R صادق است؟

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- الف. بازتابی، ضد متقارن و متعدی
- ب. بازتابی، ضد بازتابی و متعدی
- ج. متقارن، ضد متقارن و متعدی
- د. بازتابی، متقارن و متعدی

۷. اگر رابطه هم ارزی $R \subseteq A \times A$ برای $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ به صورت زیر تعریف شود، دسته هم ارزی $[7]$ دارای چند عضو خواهد بود؟

- الف. ۵
- ب. ۴
- ج. ۳
- د. ۲

۸. با فرض آنکه R و S دو رابطه در A باشند، در این صورت کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

- الف. اگر R بازتابی باشد آنگاه R^{-1} ضد بازتابی است.
- ب. اگر R متقارن باشد آنگاه R^{-1} و \bar{R} متقارن هستند.
- ج. اگر R و S متعدی باشند آنگاه $R \cup S$ نیز متعدی است.
- د. هر سه گزینه صحیح است.

۹. اگر پنج رنگ برای رنگ کردن ۶۳ دوچرخه بکار برده شود، در این صورت حداقل چند دوچرخه همرنگ خواهند بود؟

- الف. ۳
- ب. ۱۳
- ج. ۱۲
- د. ۱۱

۱۰. فرض کنید $A = \{a, b, c\}$ و R و S دو رابطه در A به صورت ماتریس های زیر باشند. $M_{S,R}$ کدام است؟

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad M_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الف. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۱. کدامیک از روابط زیر، ترتیب جزئی است؟

الف. بخش پذیری ب. کوچکتر مساوی معمولی ج. زیرمجموعه نبودن د. هر سه رابطه

۱۲. اگر $S = \{a, b, c, d\}$ و $(\subseteq, 2^S)$ یک مجموعه مرتب جزئی با رابطه زیرمجموعه باشد آنگاه $LUB(\{\{a, b\}, \{b, c, d\}\})$ و $GLB(\{\{a, b\}, \{b, c, d\}\})$ به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

الف. S و $\{b\}$ ب. $\{b\}$ و S ج. S و S د. $\{a, b\}$ و $\{b\}$

۱۳. کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟ (برای شبکه L و هر a, b از L)

الف. $a \vee (a \wedge b) = a$ ب. $a \wedge (a \vee b) = b$ ج. $(a \wedge b) \vee (a \vee b) = b$ د. هر سه گزینه صحیح است.

۱۴. کدامیک از هاسه های زیر، شبکه هستند؟



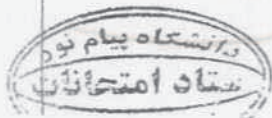
الف. دوم و چهارم
ب. سوم و چهارم
ج. اول، دوم
د. هر چهار هاسه

۱۵. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 12\}$ و $(A, |)$ یک مجموعه مرتب جزئی با رابطه بخش پذیری باشد، کران بالای مجموعه $B = \{1, 2, 4\}$ کدام است؟

الف. $\{1, 2, 3, 4, 12\}$ ب. $\{1, 2, 4, 12\}$ ج. $\{4, 12\}$ د. $\{12\}$

۱۶. dnf مربوط به عبارت بولی $(x' \wedge y)' \wedge (x \vee z)$ دارای چند جمله کمینه (Minterm) متمایز است؟

الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵



۱۷. در مسئله برجهای هانوی برای ۶۴ حلقه، تعداد نقل و انتقالات حلقه های تکي کدام است؟

الف. $2^{63} + 1$ ب. $2^{64} - 1$ ج. $2^{63} - 1$ د. $2^{64} + 1$

۱۸. معادله $a_n = \frac{2^n}{n+1}$ برابر کدامیک از روابط بازگشتی زیر می باشد؟ ($n \geq 1$)

الف. $a_n = \frac{2n+2}{n} a_{n-1}$ ب. $a_n = \frac{n+1}{2n} a_{n-1}$ ج. $a_n = \frac{n+2}{2n} a_{n-1}$ د. $a_n = \frac{2n+1}{2n} a_{n-1}$

۱۹. تابع مولد رشته ۰، ۱، ۲، ۳، ... کدام یک از توابع زیر است؟

الف. $\frac{1}{1-x}$ ب. $\frac{x}{(1-x)^2}$ ج. $\frac{1}{(1-x)^3}$ د. $\frac{x(x+1)}{(1-x)^3}$

۲۰. برای سری فیبوناچی $\sum_{i=0}^n F_i$ برابر است با ...

الف. $F_{n+2} - 1$ ب. F_{2n-2} ج. F_{2n} د. $F_{n+2} + 1$

ص ۲

۲۱. گراف جهت دار (سودار) G با n رأس، دارای مسیر اولری است اگر و تنها اگر، همبند بوده و ...
 الف. حداقل دارای دو رأس، که درجه ورودی یا درجه خروجی در هریک از آن دو، یک واحد اختلاف داشته باشد.
 ب. حداکثر دارای دو رأس، که درجه ورودی یا درجه خروجی در هریک از آن دو، یک واحد اختلاف داشته باشد.
 ج. در تمام گره ها، درجه خروجی برابر درجه ورودی باشد.
 د. در تمام گره ها، درجه خروجی یک واحد اختلاف با درجه ورودی داشته باشد.

۲۲. کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

- مورد اول: اگر G دور هامیلتونی داشته باشد، در این صورت برای هر رأس $v \in V$ ، $\deg(v) > 2$ برقرار است.
 مورد دوم: اگر برای یک $a \in V$ ، $\deg(a) = 2$ ، در این صورت دو یال حادث با رأس a باید در دور هامیلتونی قرار گیرند.
 الف. مورد اول ب. مورد دوم ج. هر دو مورد د. هیچکدام از دو مورد

۲۳. فرض کنید که $G=(V,E)$ یک گراف بدون جهت (بی سوی) بدون حلقه (Loop) با n رأس باشد کدامیک از شرایط زیر برقرار باشد تا G دارای مسیر هامیلتونی باشد؟

- الف. برای هر $x \in V$ ، $\deg(x) \geq \frac{n-1}{2}$
 ب. برای هر $x, y \in V$ ، $\deg(x) + \deg(y) \geq n-1$
 ج. الف یا ب، یکی کفایت می کند.
 د. الف و ب، هر دو همزمان لازم است.

۲۴. کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

- الف. هر درخت یک گراف دو بخشی است.
 ب. هر حلقه با تعداد فردی یال دو بخشی است.
 ج. هر گراف مسطح و دو بخشی یک درخت است.
 د. هر گراف دو بخشی، یک گراف دو بخشی کامل است.

۲۵. الگوریتم دیکسترا (Dijkstra) برای کدامیک از مسائل زیر بکار می رود؟

- الف. درخت پوشای گراف ب. کوتاهترین مسیر از هر رأس به هر رأس دیگر در گراف
 ج. درخت پوشای کمینه گراف د. کوتاهترین مسیر از یک رأس خاص به هر رأس دیگر در گراف

۲۶. به ازای کدامیک از مقادیر n ، گرافی که دوری با n رأس است، خود مکمل است؟

- الف. ۷ ب. ۶ ج. ۵ د. ۴

۲۷. فرض کنید $G=(V,E)$ یک گراف همبند بی سوی، بدون حلقه و هامنی (مسطح در صفحه) با $|V|=v$ و $|E|=e$ باشد در اینصورت ...

- الف. $e \geq 6v-3$ ب. $e \geq 3v-6$ ج. $e \leq 6v-3$ د. $e \leq 3v-6$

۲۸. کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

- الف. اگر a, b دو رأس از درخت $T=(V,E)$ باشند، آنگاه دو مسیر منحصر به فرد بین a, b وجود دارد.
 ب. اگر $T=(V,E)$ یک درخت با $|V| > 1$ باشد آنگاه، حداقل سه رأس در V وجود دارد که درجه آن مساوی یک است.
 ج. گراف $T=(V,E)$ یک درخت است اگر و تنها اگر دارای دوری نباشد و $|E| = |V| - 1$
 د. هر سه گزینه صحیح است.

۲۹. معادل پیشوندی عبارت $x+y*z/k-e$ کدام عبارت زیر است؟

- الف. $xyz*k/+e-$ ب. $+x*y/zke-$ ج. $-x/*yzke$ د. $+x/*yzke$

۳۰. با ۶ رأس، چند درخت غیر یکرخت می توان رسم کرد؟

- الف. ۴ ب. ۵ ج. ۶ د. ۷

۳۱. اگر درختی دودویی دارای ۱۵ گره دو فرزندی باشد، تعداد برگهای درخت کدام است؟

- الف. ۱۶ ب. ۱۵ ج. ۱۴ د. نمی توان مشخص کرد زیرا تعداد تک فرزندی ها مشخص نیست.

Handwritten signature

نام درس: ساختمانهای گسسته - رياضيات گسسته
 رشته: مهندسی کامپیوتر - علوم کامپیوتر - مهندسی فناوری اطلاعات
 تعداد سؤالات: فنی ۳۱ تکمیلی - تشریحی ۵
 زمان امتحان: تعینی و تکمیلی ۱۰۰ دقیقه تشریحی ۵ دقیقه
 کد درس: مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۵۰۶۷ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۱۱۰۳ - مهندسی فناوری اطلاعات: ۱۱۱۵۱۳۷

سؤالات تشریحی

- نکات مهم: - از پنج سوال بایستی تنها به سه سوال پاسخ دهید. (هر سوال ۱/۰۵ نمره دارد)
 - از جواب دادن به بیش از سه سوال خودداری کنید زیرا در این صورت سه سوال ابتدائی تصحیح خواهد شد.
 ۱. متن زیر بر اساس قوانین تطبیق واحد برای ورودی های مهر ۸۶ به بعد، بدست آمده است:
 - اگر درس مبدا در سرفصل مقصد موجود باشد و درس نمره حد نصاب را داشته باشد، آنگاه درس مبدا شرط اول تطبیق را دارد.
 - اگر تعداد واحد درس مبدا کمتر از درس مقصد نباشد و درس مبدا شرط اول تطبیق را داشته باشد، آنگاه درس مبدا شرط دوم تطبیق را دارد.
 - اگر درس استثناء گروه تخصصی سازمان نباشد و درس شرط دوم تطبیق را داشته باشد، آنگاه درس مبدا با درس مقصد تطبیق داده می شود.
 - اگر دانشگاه مبدا، دولتی روزانه، پیام نور، آموزشکده های فنی و حرفه ای باشد آنگاه حد نصاب نمره درس مبدا برابر ۱۰ است.
 - اگر دانشگاه مبدا، دولتی روزانه، پیام نور، آموزشکده های فنی و حرفه ای نباشد آنگاه حد نصاب نمره درس مبدا برابر ۱۲ است.
 با توجه به اینکه، علی به تطبیق واحد خود برای دروسهای برنامه سازی پیشرفته و ساختمان داده ها، اعتراض دارد. با شرطهای زیر علی را مرحله به مرحله با استفاده از قوانین استنتاج فوق قانع کنید و یا اعتراض علی را وارد بدانید.
 علی در دانشگاه غیر انتفاعی درس خوانده است و نمره دروس ساختمان داده ها و برنامه سازی پیشرفته ایشان به ترتیب برابر ۱۱.۷۵ و ۱۷.۵ است. در ضمن درس برنامه سازی پیشرفته و ساختمان دادهها در مقصد نیز موجود می باشد ولی درس برنامه سازی پیشرفته بر طبق نظر سازمان استثناء شده است.

۲. برای ماتریس رابطه زیر، بستار متعدی (M_R^+) را با استفاده از عملیات ماتریسی بدست آورید؟

$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳. مجموعه با ترتیب جزئی $(\{1, 2, 3, 5, 30, 60, 120, 180, 360\}, |)$ مفروض است. نمودارهای هاس این مجموعه با ترتیب جزئی و دوگان آن را رسم کنید؟ (رابطه \perp رابطه بخش پذیری می باشد)
 ۴. رابطه بازگشتی زیر را با استفاده از تابع مولد حل کنید؟

$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} + 1 & \text{if } n \geq 1 \\ 0 & \text{if } n = 0 \end{cases}$$

۵. الگوریتم BFS (جستجوی اول سطح) را بطور کامل نوشته و مثالی بزنید؟

۴