

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

۸۷/۱۰/۲۸  
۸۱۳۰

بر: معادلات دیفرانسیل

تعداد سوالات: نفي ۲۰، تكلیفی ۵

مدت: ۸۰ دقیقه  
مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۳ - ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶ - فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰۰  
زمان امتحان: تستی و تکلیفی ۴۰ دقیقه

مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۰۱ - طرح جمیع: بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۰

هر معادله جدا شدنی ..... است.

الف. یک معادله خطی  
ب. یک معادله کامل

ج. قابل تبدیل به یک معادله برنولی  
د. قابل تبدیل به یک معادله همگن

معادله  $dx - x(xy'' - 2y) = 0$  چه نوع معادله ای است؟

الف. برنولی  
ب. خطی غیر همگن  
ج. کامل  
د. همگن

معادله  $y' = y + 2$  از چه روشی قابل حل است؟

الف. تبدیل به یک معادله جدا شدنی  
ب. معادله کامل

ج. تعیین عامل انتگرال ساز  
د. قابل تبدیل به یک معادله همگن به کمک تغییر متغیر

عامل انتگرال ساز معادله خطی  $y' - y = 2x^2(x+1)$  کدام است؟

الف.  $-\frac{x}{x+1}$   
ب.  $1 + \frac{1}{x}$

ج.  $x(x+1)$   
د.  $-\frac{(x+1)}{x}$

محل جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $dx + y(1+x^2)dy = 0$  کدام است؟  $(|y| < 1)$

الف.  $(1+x^2)(1-y^2) = C, C > 0$   
ب.  $(1+x^2) = C(1-y^2), C > 0$

ج.  $\frac{1+x^2}{1-y^2} = 1$   
د.  $\frac{y(1+x^2)}{x(1-y^2)} = C$

جواب عمومی معادله مرتبه اول  $dx + y(2xe^{xy} - y)dy = 0$  کدام است؟

الف.  $e^{xy} + 2xy^2 - 2xy = C$   
ب.  $xe^{xy} - y^2 = 0$

ج.  $xe^{xy} - y^2 = C$   
د.  $e^{xy} - y^2 = C$

معادله دیفرانسیلی از مرتبه ۲ که جواب عمومی آن خانواده توابع چند جمله ای  $y = C_1 + C_2x^2 + C_3x^3$  باشد، کدام است؟

الف.  $y'' = 0$   
ب.  $y'y'' = 0$

ج.  $y'' - y' = 0$   
د.  $y''' = 0$



نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سوالات: نفي ۲۰، تكلیفی ۵

مدت: ۸۰ دقیقه  
مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۳ - ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶ - فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰۰  
زمان امتحان: تستی و تکلیفی ۴۰ دقیقه

مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۰۱ - طرح جمیع: بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۰

۸. جواب عمومی معادله  $y = xy' + \frac{ay'}{\sqrt{1+y'^2}}$  کدام است؟

الف.  $y = cx + \frac{ac}{\sqrt{1+c^2}}$   
ب.  $y = cx$

ج.  $y = xc' + \sqrt{1+c'^2}$   
د.  $y = \frac{cx'^2}{2} + \frac{acx}{\sqrt{1+c'^2}}$

۹. جواب عمومی معادله خطی مرتبه دوم  $y'' + 3y' + 2y = 6$  کدام است؟

الف.  $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x} + 3$   
ب.  $y = c_1e^x + c_2e^{2x} + 6$

ج.  $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x} + 3x$   
د.  $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x} - 6x$

۱۰. معادله دیفرانسیل  $y'' - 4y' + 3y = (1+e^{-x})^{-1}$  از چه روشی قابل حل است؟

الف. روش ضرایب نامعین  
ب. روش تجزیه  $y_1v$

ج. روش تغییر پارامترها  
د. تعیین عامل انتگرال ساز

۱۱. یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم  $y'' - 2xy' + 2y = 0$  عبارتست از  $y_1 = x$ . جواب عمومی آن کدام است؟

الف.  $y = c_1x + c_2(x + \frac{1}{x})$   
ب.  $y = c_1x + c_2(x^2 - 1)$

ج.  $y = c_1x + c_2x(x + \frac{1}{x})$   
د.  $y = c_1x + c_2x(\frac{x}{1+x})$

۱۲. نقطه  $x_0 = 0$  برای معادله دیفرانسیل  $(x^2 - 1)y' + xy = 0$  که نوع نقطه ای است؟

الف. معمولی  
ب. معمولی نامنظم  
ج. منفرد منظم  
د. منفرد نامنظم

۱۳. روش تکین توابع  $y_1 = e^x, y_2 = e^{-3x}, y_3 = e^{2x}$  کدام است؟

الف.  $20e^{-x}$   
ب.  $-20e^{3x}$

ج.  $-20$   
د.  $20e^{2x}$

۱۴. نقاط  $x_1 = 1, x_2 = 0$  برای معادله  $y'' - 3y' - 2(x-1)y = 0$  به ترتیب چه نوع نقاطی هستند؟

الف.  $x_2 =$  منفرد نامنظم و  $x_1 =$  منفرد منظم  
ب.  $x_2 =$  منفرد منظم و  $x_1 =$  منفرد نامنظم

ج.  $x_2 =$  منفرد منظم و  $x_1 =$  منفرد نامنظم  
د.  $x_2 =$  منفرد نامنظم و  $x_1 =$  منفرد نامنظم



رسم: معادلات دیفرانسیل

تعداد سوالات: نهمی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵  
 مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۲۱-ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶-فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰۰-زمان امتحان: نهمی و تکمیلی ۲۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه  
 مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۰۱۰-طرح تجمیع: بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۱۰

جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $xy'' + y = 0$  در اطراف نقطه  $x_0 = 0$  به کدام شکل زیر است؟

الف.  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  ب.  $y = x^s \sum_{n=0}^{\infty} a_n(s) x^n$

ج.  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(s) x^{n-s}$  د.  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{pn}$

توانهای شاخص در سری فروبیوس جواب معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' + 2x(x-2)y' + 2(2-3x)y = 0$  کدامند؟

الف.  $S_1 = 1, S_2 = -1$  ب.  $S_1 = -1, S_2 = 1$

ج.  $S_1 = 2, S_2 = -1$  د.  $S_1 = 2, S_2 = 0$

کدام معادله از نوع بسل است؟

الف.  $(1-x^2)y'' - 2xy' + 5y = 0$  ب.  $x^2 y'' - xy' - (x^2 - 4)y = 0$

ج.  $(1+x^2)y'' + 2xy' - y = 0$  د.  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$

جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل  $\begin{cases} (D+4)y_1 + Dy_2 = 0 \\ (D-2)y_1 + y_2 = 0 \end{cases}$  کدام است؟

الف.  $\begin{cases} y_1 = c_1 e^{-2x} + c_2 e^x \\ y_2 = 2c_1 e^{-2x} + 3c_2 e^x \end{cases}$  ب.  $\begin{cases} y_1 = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} \\ y_2 = 2c_1 e^{2x} - 3c_2 e^{-x} \end{cases}$

ج.  $\begin{cases} y_1 = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x} \\ y_2 = 2c_1 e^{-2x} + 3c_2 e^{-x} \end{cases}$  د.  $\begin{cases} y_1 = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} \\ y_2 = 3c_1 e^{-2x} + 2c_2 e^{-x} \end{cases}$

تبدیل لاپلاس تابع  $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$  کدام است؟

الف.  $y = \frac{4!}{s^4} - \frac{4 \times 3!}{s^3} + \frac{5 \times 2!}{s^2} - \frac{1 \times 1!}{s}$  ب.  $y = \frac{3!}{s^3} - \frac{4 \times 2!}{s^2} + \frac{5 \times 1!}{s} - \frac{1}{s^0}$

ج.  $y = \frac{4!}{s^4} - \frac{4 \times 3!}{s^3} + \frac{5 \times 2!}{s^2} - \frac{1}{s}$  د.  $y = \frac{4!}{s^4} - \frac{4 \times 3!}{s^3} + \frac{5 \times 2!}{s^2} - \frac{1 \times 1!}{s^0}$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سوالات: نهمی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵  
 مهندسی کامپیوتر: ۱۱۱۱۰۹۲۱-ریاضی: ۱۱۱۱۰۳۶-فیزیک: ۱۱۱۱۰۲۰۰-زمان امتحان: نهمی و تکمیلی ۲۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه  
 فناوری اطلاعات: ۱۱۱۱۱۰۱۰-مهندسی صنایع: ۱۱۱۱۱۱۰-طرح تجمیع: بخش مهندسی اجرایی: ۱۱۱۱۱۱۰

۲۰. تبدیل معکوس لاپلاس کسر  $\frac{2s+3}{(s+1)^2}$  کدام است؟

الف.  $2e^{-t} + te^{-t}$  ب.  $2te^{-t} - 3te^{-t}$

ج.  $2te^{-t} + e^{-t}$  د.  $3te^{-t} - 2te^{-t}$

سؤالات تشریحی:

۱. معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر را حل کنید:

$$y' \cos x - y \sin x = px$$

۲. معادله دیفرانسیل مرتبه دوم  $y'' = 2yy'$ ، فاقد متغیر  $x$  است از روش کاهش مرتبه آن را حل کنید.

۳. الف. معادله دیفرانسیلی از مرتبه سوم بنویسید که جواب عمومی آن خانواده توابع  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + c_3 e^{-2x}$  باشند.

ب. جواب عمومی معادله  $y'' + 2y' + y = 4x^2 + \frac{e^{-x}}{x}$  را بیابید.

۴. دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + x \\ 3y_1' + 2y_2' + 2y_2 = e^x \end{cases}$$

۵. الف. جواب سری تیلور معادله  $y'' + (x-1)y' - 4(x-1)y = 0$  را در اطراف نقطه  $x_0 = 1$  پیدا کنید.

ب. معادله انتگرال  $f(x) = x^2 + \int \sin(x-t) f(t) dt$  را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.