

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



WWW.EGZA.TK

نام درس: توپولوژی عمومی

۸۶ / ۱۱ / ۷
۸۱۵۰

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۳۱۲۱۱

تعداد سوال: نهی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

۱. کدام عبارت صحیح است؟

الف. توپولوژی متمم شما را در مجموعه X ظریفتر از توپولوژی متمم متناهی است.ب. توپولوژی شعاع چپ در R ظریفتر از توپولوژی معمولی R است.ج. توپولوژی شعاع چپ R و توپولوژی شعاع راست R معادلند.

د. توپولوژی شعاع راست ظریفتر از توپولوژی حد بالایی است.

۲. اگر $f: X \rightarrow Y$ یک تابع باشدالف. f باز است اگر و فقط اگر $\text{int}(f(A)) \subseteq f(\text{int} A)$ ب. f باز است اگر و فقط اگر $f(\text{int} A) \subseteq \text{int}(f(A))$ ج. f باز است اگر و فقط اگر $f(\text{int} A) = \text{int}(f(A))$ د. f باز است اگر و فقط اگر $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ ۳. هر گاه $A \subset X$ و X یک فضای توپولوژی باشد آنگاه:الف. $\partial A \subseteq A$ ب. $X = A \cup \text{EXT} A$ ج. $\partial A = \overline{A} - \text{EXT} A$ د. $\overline{A} = \text{int} A \cup \partial A$

۴. کدام گزاره صحیح نیست.

الف. هر فضای گسسته موضعاً همبند است.

ب. هر فضای ناگسسته موضعاً همبند است.

- ج. در یک فضای موضوعاً همبند، هر مولفه هم باز و هم بسته است.
 د. منحنی سینوسی توپولوژی دانان موضوعاً همبند است.
 ۵. از توپولوژی های زیر کدامیک دارای پایه شما را می باشد؟

الف. R ب. R_I ج. R_{II}

۶. اگر X یک فضای توپولوژی و A در X فشرده باشد آنگاه:

- الف. هر گاه توپولوژی X گسسته باشد، A متناهی است.
 ب. هر گاه توپولوژی X گسسته باشد، A نامتناهی است.
 ج. هر گاه توپولوژی X ناگسسته باشد، A متناهی است.
 د. هر گاه توپولوژی X ناگسسته باشد، A نامتناهی است.

۷. هر گاه $f: X \rightarrow Y$ آنگاه کدام عبارت درست است؟

- الف. هر گاه Y فضای ناگسسته باشد f پیوسته است.
 ب. هر گاه X فضای ناگسسته باشد f پیوسته است.
 ج. هر گاه Y فضای گسسته باشد f پیوسته است.
 د. هر سه مورد الف و ب و ج نادرست هستند.

۸. کدام گزاره همواره صحیح است؟

الف. R_I از R ظریفتر است.

ج. R_I و R_{II} معادلند.

ب. R از R_{II} ظریفتر است.

د. $\tau \rightarrow$ و $\tau \leftarrow$ معادلند.

د. هر سه مورد



نام نمره: توپولوژی عمومی

تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تفسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

WWW.EGZA.TK

کد پرسن: ۳۳۱۳۱۱

تعداد کل صفحات: ۳

۹. هرگاه $f: X \rightarrow Y$ یک به یک و پوشا باشد کدام گزینه معادل همیومورفیسم بودن f نیست؟الف. f بسته و پیوسته است.ب. f باز و پیوسته است.ج. $A \subseteq X, f(\overline{A}) = \overline{f(A)}$ د. $A \subseteq X, f(\text{int}(A)) = \text{int}(f(A))$ ۱۰. هرگاه $f: X \rightarrow Y$ باشد کدام یک از گزاره های زیر با سه گزاره دیگر معادل نیست؟الف. f تابعی پیوسته است.ب. اگر $A \subseteq X$ $\overline{f(A)} \subseteq f(\overline{A})$ ج. اگر $F \subseteq Y$ و F مجموعه ای بسته در Y باشد، $f^{-1}(F)$ در X بسته است.د. اگر $B \subseteq Y$ $f^{-1}[B] \subseteq f^{-1}[\overline{B}]$

۱۱. از فضاهای توپولوژی زیر کدامیک فشرده نیست؟

الف. فضای توپولوژی متمم شما را

ب. فضای توپولوژی متمم متناهی

ج. فضای متناهی

د. توپولوژی $A - A$ ناشامل که A غیر خالی است.۱۲. هرگاه $d: R \times R \rightarrow R$ با کدام ضابطه d یک متریک نیست؟الف. $d(x, y) = |x - y|$ ب. $d(x, y) = |x - y|^p$

د. هر سه مورد متریک است.

ج. $d(x, y) = \begin{cases} 1 & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$ ۱۳. هرگاه $f: X \rightarrow Y$ یک تناظر یک به یک باشد کدام یک از گزاره های زیر با سه گزاره دیگر معادل نیست؟الف. f پیوسته است.د. f بسته است.ج. f باز است.ب. f^{-1} پیوسته است.

۱۴. کدام گزینه همواره درست است.

الف. هر فضای متریک کامل فشرده است.

ب. هر فضای متریک کلاً کراندار فشرده است.

ج. هر فضای متریک فشرده کامل است.

د. هر فضای متریک فشرده، متناهی است.

۱۵. کدام گزاره نادرست است.

الف. فضای R_I جداپذیر و لیندلف است.ب. فضای $R_I \times R_I$ جداپذیر است.

ج. فضای ناگسسته جداپذیر است ولی لیندلف نیست.

د. فضای R جداپذیر و لیندلف است.

۱۶. کدام گزاره صحیح است.

الف. Z به عنوان زیر فضای R موضعاً همبند است ولی همبند نیست.ب. Q به عنوان زیر فضای R همبند نیست ولی موضعاً همبند است.ج. R همبند است ولی موضعاً همبند نیست.د. $R - Q$ همبند نیست ولی موضعاً همبند است.

نام درس: توپولوژی عمومی

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۲۱۱

تعداد کل صفحات: ۳

WWW.EGZA.TK

۱۷. کدام عبارت نادرست است.

الف. هر فضای متریک فشرده کراندار است.

ب. هر فضای متریک کامل فشرده است.

ج. هر فضای متریک فشرده کامل است.

د. هر فضای متریک کلاً کراندار، کراندار است.

۱۸. کدام گزینه نادرست است.

الف. هر گاه $A \subseteq X$ همبند باشد، آنگاه \overline{A} نیز همبند است.ب. هر گاه $x \in A'$ ، آنگاه $A \cup \{x\}$ همبند است.ج. هر گاه $x \in A'$ ، آنگاه $A \cup \{x\}$ لزوماً همبند نیست.د. هر گاه $\text{int } A$ همبند باشد EXTA لزوماً همبند نیست.

۱۹. از فضاهای زیر کدامیک در حالت کلی لیندلف نیست.

الف. فضای فشرده

ب. زیرفضای بسته یک فضای لیندلف

ج. حاصلضرب دو فضای لیندلف

د. تصویر یک فضای لیندلف تحت یک نگاشت پیوسته

۲۰. از عبارات زیر کدامیک نادرست است.

الف. R با توپولوژی شعاع راست T_M نیست.ب. X با توپولوژی ناگسسته که حداقل دو عضو دارد T_M نیست.ج. X با توپولوژی متمم شما را که در آن X ناشماراست T_M می باشد.د. X با توپولوژی $A - A$ شامل که $X - A$ یکانی است، T_M نیست.

سئوالات تشریحی توپولوژی

۱. فرض کنید X یک مجموعه نامتناهی باشد، ثابت کنید توپولوژی متمم شما را در X اکیداً ظریفتر از توپولوژی متمم متناهی در X است.

۲. ثابت کنید حاصلضرب دو فضای فشرده، فشرده است.

۳. هرگاه X یک فضای توپولوژی و E زیرمجموعه فشرده و F زیرمجموعه بسته X باشد، $E \cap F$ فشرده است.۴. هرگاه X هاسدورف و Y زیرمجموعه فشرده X باشد، هرگاه $x_0 \in X - Y$ آنگاه دو مجموعه باز جدا از هم مانند V, U وجود دارد که $x_0 \in U$ و $Y \subseteq V$ ۵. اگر U, T دو توپولوژی بر X باشند و $i: X \rightarrow X$ تابع همانی باشد شرط لازم و کافی برای پیوستگی i را بیان کرده و ادعای خود را ثابت کنید.