

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



WWW.EGZA.TK

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکلیفی - تفریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: تستی و تکلیفی ۵۰ دقیقه تفریحی ۱۰۰ دقیقه

۸۶، ۵، ۴۹
۱۰۱۴۰

کد درس: ۲۳۳۴۳

تعداد کل صفحات: ۷

WWW.EGZA.TK

*استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد.

۱. کدامیک از رابطه های زیر در جدول سیمپلکس صادق نیست؟

الف. $Z = C_B B^{-1} b$

ب. $x_B = B^{-1} b - N x_N$

ج. $\bar{C} = C_B B^{-1} N - C_N$

د. $\bar{b} = B^{-1} b$

فرض کنید دو جدول زیر، جدول ابتدایی و نهایی یک مسئله برنامه ریزی خطی است. با توجه به آنها به سؤالات ۲ تا ۵ پاسخ دهید.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s
Z	-۲	-۱	۱	۰	۰	۰
x_2	۱	۱	-۲	۱	۰	۶
x_5	۱	۴	-۱	۰	۱	۴

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s
Z	۰	۷	-۱	۰	۲	۸
x_2	۰	-۳	-۱	۱	-۱	۲
x_1	۱	۴	-۱	۰	۱	۴

۲. این مسئله چه حالت خاصی را نمایش می دهد؟

الف. مسئله جواب یکتا دارد.

ب. مسئله تبکن است.

ج. مسئله نامحدود است.

د. مسئله دارای جواب بهینه چندگانه است.

۳. با توجه به جدول نهایی کدام یک از بردارهای زیر یک جهت دورشونده برای مسئله خواهد بود؟

الف. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ب. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ج. $\begin{pmatrix} -۳ \\ ۴ \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

د. $\begin{pmatrix} -۲ \\ -۱ \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۳

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکلیفی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

کد پرسش: ۲۳۳۲۶۳

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۷

۱. با توجه به جدول اولیه، جهت دورشونده‌ای که $cd > 0$ باشد کدام است؟

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ د	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ج	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ب	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ الف
---	---	---	---

۵. مقدار تابع هدف در جدول نهایی به ازای متغیری که باعث نامحدودشدن مسئله می‌گردد کدام است؟

الف. $Z = 8 - x_3$ ب. $Z = 8 + 7x_3$ ج. $Z = -8 - 2x_1$ د. $Z = 8 - 2x_5$

فرض کنید جدول نهایی یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر باشد:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s
Z	0	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}$	-7	$\frac{51}{5}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{6}{5}$
x_2	0	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{7}{5}$

اگر این مسئله یک مسئله صحیح محض باشد به سؤالات ۶ و ۷ پاسخ دهید.

۶. کدام سطر جدول را به عنوان سطر منبع انتخاب می‌کنید؟

- الف. سطر اول ب. سطر دوم ج. سطر سوم د. فرق ندارد.

۷. معادله برش سطر منبع کدام است؟

الف. $-\frac{4}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 - \frac{3}{5}x_5 + s_1 = -\frac{2}{5}$ ب. $-\frac{3}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 + s_1 = -\frac{1}{5}$

ج. $-\frac{2}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 + s_1 = -\frac{1}{5}$ د. $-\frac{4}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 - \frac{2}{5}x_5 + s_1 = -\frac{2}{5}$

۸. می‌خواهیم از $x_1 = 100$ در یک مسئله دودویی استفاده کنیم. اگر $x_1 = y_0 + 2y_1 + \dots + 2^k y_k$ فرض گردد، k چه

عددی می‌تواند باشد؟

- الف. ۶ ب. ۵ ج. ۷ د. ۸



نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤال: فنی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکلیفی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

کد درس: ۲۲۲۲۲۲

تعداد کل صفحات: ۷

۹. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف. هر مسئله برنامه‌ریزی صفر-یک را می‌توان به یک مسئله برنامه‌ریزی صحیح تبدیل کرد.

ب. الگوریتم جمعی بر روشهای انشعاب و کران و برشی برتری دارد.

ج. الگوریتم جمعی برای مسائل با بیش از ۱۰۰ متغیر راندمان محاسباتی بالایی دارد.

د. هر مسئله برنامه‌ریزی صحیح را می‌توان به یک مسئله صفر-یک تبدیل نمود.

۱۰. فرض کنید فقط یکی از قیود $x_1 + 2x_2 \leq 5$ یا $3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq 10$ یا $4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 15$ را بتوان

فعال نمود. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 + My_1 \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq 10 + My_2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 15 + My_3 \end{cases} \text{ ب.}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 + y_1 \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq 10 + y_2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 15 + y_3 \end{cases} \text{ الف.}$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq M(5 + y_1) \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq M(10 + y_2) \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq M(15 + y_3) \end{cases} \text{ د.}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq y_1 - 5 \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq y_2 - 10 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq y_3 - 15 \end{cases} \text{ ج.}$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases}$$

مسئله زیر را در نظر بگیرید.

مشکلی که یک فروشنده دوره‌گرد با آن روبروست در نظر بگیرید. این فروشنده دوره‌گرد می‌خواهد با اسکی کردن از کوههای پریرف از مرز عبور کند و فقط می‌تواند یک کوله‌پشتی حمل کند. وی باید اجناس خود را با این کوله پشتی حمل کند. تجربیات قبلی نشان می‌دهد که حداکثر وزنی که می‌توان در کوله‌پشتی قرار داده و حمل کند، ۱۰ کیلوگرم است. وزن و سود هر قلم از اجناس در جدول زیر نشان داده شده است. مشکل فروشنده این است که تعداد مشخصی از اقلام مختلف را انتخاب و حمل کند به گونه‌ای که بازده کل آن حداکثر گردد.

جنس	سود (دلار)	وزن (کیلوگرم)
A	۱۲۰	۳
B	۸۲	۲
C	۲۱۵	۵
D	۲۹۰	۴
E	۱۲۵	۲



نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی -- تقریبی ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تقریبی ۱۰۰ دقیقه

کلاس: ۲۳۳۲۳

تعداد کل صفحات: ۷

WWW.EGZA.TK

اگر این مسئله را با روش برنامه‌ریزی پویا حل نماییم، به سؤالات ۱۱ تا ۱۴ پاسخ دهید.

۱۱. تعداد مراحل این مسئله عبارتند از:

الف. ۴ ب. ۵ ج. ۳ د. ۱۰

۱۲. حالت سیستم در مرحله i عبارتند از:الف. وزن اجناس تا مرحله i ام
ب. تعداد اجناس نوع i ام
ج. سود جنس نوع i ام
د. مجموع کل سود در مرحله i ام۱۳. متغیر مرحله i ام (X_i) عبارتند از:الف. وزن اجناس تا مرحله i ام
ب. تعداد اجناس نوع i ام
ج. سود جنس نوع i ام
د. مجموع کل سود در مرحله i ام

۱۴. تابع هدف عبارتند از:

الف. $Max: z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 2x_5$

ب. $Max: z = 10 - (3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 2x_5)$

ج. $Max: z = 140x_1 + 82x_2 + 215x_3 + 290x_4 + 125x_5$

د. $Max: z = 10(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$

۱۵. می‌خواهیم مسئله‌ای را به روش برنامه‌ریزی پویا حل نماییم، این مسئله دارای کدامیک از خواص زیر باید باشد؟

الف. استقلال متغیرها
ب. هر مرحله دارای خواص مخصوص به خود است.
ج. خاصیت مارکوفی
د. کمترین مرحله

۱۶. کدامیک از توابع زیر دارای نقطه زین‌اسبی هستند؟

الف. $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$

ب. $g(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4$

ج. $h(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_1 + 2x_2 + x_3x_3$

د. $k(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 - 4x_1x_2$

۱۷. کدامیک از توابع زیر دارای نقاط پایداری هستند؟

الف. $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 7x_1 + 4x_2^2 + x_2 + 9$

ب. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + x_2 + 10x_3 + 15$

ج. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + 5x_3 + 8$

د. $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 - x_2 + 9$



نام نمره: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: فنی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

کد پرسش: ۲۳۳۳۶۳

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۴

۱۸. فرض کنید ماتریس هسیان یک مسئله برنامه‌ریزی به ازای نقطه پایداری آن، به صورت زیر باشد.

$$H = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۴ & ۱ \\ ۰ & ۱ & -۸ \end{bmatrix}$$

در این صورت این نقطه، یک نقطه.

الف. ماکزیمم است. ب. می‌نیمم است. ج. زین‌اسبی است. د. هیچ اظهار نظری نمی‌توان کرد.

۱۹. مسئله $Max: f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 3x_3^2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

را در نظر بگیرید اگر x_3 متغیر غیراساسی فرض گردد ماتریس J عبارتند از:

$$\begin{matrix} \text{الف.} & \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} & \text{ب.} & \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix} & \text{ج.} & \begin{bmatrix} -۲ & ۰ \\ ۰ & -۴ \end{bmatrix} & \text{د.} & \begin{bmatrix} -۳ \\ -۶ \end{bmatrix} \end{matrix}$$

۲۰. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف. اگر تابع f یک تابع محدب باشد به ازای $\lambda \geq 0$ ، λf یک تابع مقعر است.ب. اگر تابع f یک تابع مقعر باشد آنگاه تابع $(-f)$ نیز یک تابع مقعر است.ج. تابع $f(x) = ax + b$ (ثابت a, b) یک تابع هم محدب و هم مقعر است.د. اگر تابع f یک تابع محدب باشد در این صورت $(-a)f$ یک تابع مقعر است. (a ثابت)

جمع کل نمره

۶۰

۱. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max: } Z = cx$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

حل این مسئله عبارت است از پیدا کردن کوچکترین Z که دستگاه ذیل دارای جواب باشد.

$$\begin{cases} Cx \geq Z \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

متغیر x_1 را در نظر بگیرید. با به کار بردن هر نامساوی که x_1 در یک طرف و تمامی جملات در طرف دیگر باشند، می‌توان x_1 را از مسئله حذف نمود. این عمل را روی سایر متغیرها نیز انجام داده و مقدار بهینه Z را محاسبه می‌کنیم. این مطلب را در رابطه با مسئله زیر به کار برده و جواب بهینه Z را بدست آورید.

$$\text{Max: } Z = 2x_1 + x_p - x_m$$

$$\begin{cases} x_1 + x_p + 2x_m \leq 6 \\ x_1 + 2x_p - x_m \leq 4 \\ x_1, x_p, x_m \geq 0 \end{cases}$$

۲. مسئله دویویی زیر را با الگوریتم جمعی حل نمایید.

$$\text{Max: } Z = 2x_1 + x_p$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 10x_p \leq 9 \\ 10x_1 + 5x_p \geq 1 \\ x_1, x_p = 0 \text{ یا } 1 \end{cases}$$

۳. مسئله برنامه‌ریزی زیر را با روش برنامه‌ریزی پویا حل نمایید.

$$\text{Max: } Z = (x_1 + 2)^f + x_p + x_m + (x_p - 5)^f$$

$$\begin{cases} x_1 + x_p + x_m + x_p \leq 5 \\ x_1, x_p, x_m, x_p \geq 0 \text{ و اعداد صحیح} \end{cases}$$

۴. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max: } Z = 2x_1^f + 3x_p^f$$

$$\begin{cases} x_1^f + x_p^f + x_m^f = 5 \\ x_1^f - x_p^f + x_m^f = 3 \end{cases}$$

با استفاده از روش ژاکوبی و فرض x_1, x_p متغیرهای اساسی و x_m متغیرهای غیراساسی. نقاط اکسترم این مسئله را مشخص کنید.

۴

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکلیفی - تئوری ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکلیفی ۵۰ دقیقه تئوری ۱۰۰ دقیقه

۸۷,۳,۵۱
۱۰/۳۰

کد درس: ۲۳۳۴۳

WWW.EGZA.TK

*استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد.

۱. کدامیک از رابطه های زیر در جدول سیمپلکس صادق نیست؟

ب. $x_B = B^{-1}b - Nx_N$

الف. $Z = C_B B^{-1}b$

د. $\bar{b} = B^{-1}b$

ج. $\bar{C} = C_B B^{-1}N - C_N$

فرض کنید دو جدول زیر، جدول ابتدایی و نهایی یک مسئله برنامه ریزی خطی است. با توجه به آنها به سؤالات ۲ تا ۵ پاسخ دهید.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s
Z	-۲	-۱	۱	۰	۰	۰
x_2	۱	۱	-۲	۱	۰	۶
x_5	۱	۴	-۱	۰	۱	۴

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s
Z	۰	۷	-۱	۰	۲	۸
x_2	۰	-۳	-۱	۱	-۱	۲
x_1	۱	۴	-۱	۰	۱	۴

۲. این مسئله چه حالت خاصی را نمایش می دهد؟

ب. مسئله تیه گن است.

الف. مسئله جواب یکتا دارد.

د. مسئله دارای جواب بهینه چندگانه است.

ج. مسئله نامحدود است.

۳. با توجه به جدول نهایی کدام یک از بردارهای زیر یک جهت دورشونده برای مسئله خواهد بود؟

د. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ج. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ب. $\begin{pmatrix} -۳ \\ ۴ \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

الف. $\begin{pmatrix} -۲ \\ -۱ \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکلیفی - تفریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: نسی و تکلیفی ۵۰ دقیقه تفریحی ۱۰۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۳۲۶۳

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۷

۴. با توجه به جدول اولیه، جهت دورشوندگی که $cd > 0$ باشد کدام است؟

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ د	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ج	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ب	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ الف
---	---	---	---

۵. مقدار تابع هدف در جدول نهایی به ازای متغیری که باعث نامحدودشدن مسئله می‌گردد کدام است؟

الف. $Z = 8 - x_6$ ب. $Z = 8 + 7x_6$ ج. $Z = -8 - 2x_1$ د. $Z = 8 - 2x_6$

فرض کنید جدول نهایی یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر باشد:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	r.h.s
Z	0	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}$	-7	$\frac{51}{5}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{6}{5}$
x_2	0	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{7}{5}$

اگر این مسئله یک مسئله صحیح محض باشد به سؤالات ۶ و ۷ پاسخ دهید.

۶. کدام سطر جدول را به عنوان سطر منبع انتخاب می‌کنید؟

الف. سطر اول ب. سطر دوم ج. سطر سوم د. فرق ندارد.

۷. معادله برش سطر منبع کدام است؟

الف. $-\frac{4}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 - \frac{3}{5}x_5 + s_1 = -\frac{7}{5}$ ب. $-\frac{3}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 + s_1 = -\frac{1}{5}$

ج. $-\frac{2}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 + s_1 = -\frac{1}{5}$ د. $-\frac{4}{5}x_3 - \frac{1}{5}x_4 - \frac{2}{5}x_5 + s_1 = -\frac{2}{5}$

۸. می‌خواهیم از $x_1 = 100$ در یک مسئله دودویی استفاده کنیم. اگر $x_1 = y_0 + 2y_1 + \dots + 2^k y_k$ فرض گردد، k چه عددی می‌تواند باشد؟

الف. ۶ ب. ۵ ج. ۷ د. ۸

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکلیفی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۳۲۳

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۷

۹. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف. هر مسئله برنامه‌ریزی صفر-یک را می‌توان به یک مسئله برنامه‌ریزی صحیح تبدیل کرد.

ب. الگوریتم جمعی بر روشهای انشعاب و کران و برشی برتری دارد.

ج. الگوریتم جمعی برای مسائل با بیش از ۱۰۰ متغیر راندمان محاسباتی بالایی دارد.

د. هر مسئله برنامه‌ریزی صحیح را می‌توان به یک مسئله صفر-یک تبدیل نمود.

۱۰. فرض کنید فقط یکی از قیود $x_1 + 2x_2 \leq 5$ یا $3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq 10$ یا $4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 15$ را بتوان

فعال نمود. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 + My_1 \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq 10 + My_2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 15 + My_3 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases} \text{ ب.}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 + y_1 \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq 10 + y_2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 15 + y_3 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 3 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases} \text{ الف.}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq M(5 + y_1) \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq M(10 + y_2) \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq M(15 + y_3) \\ y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases} \text{ ج.}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq y_1 - 5 \\ 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 \leq y_2 - 10 \\ 4x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq y_3 - 15 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 3 \\ y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases} \text{ د.}$$

مسئله زیر را در نظر بگیرید.

مشکلی که یک فروشنده دوره‌گرد با آن روبروست در نظر بگیرید. این فروشنده دوره‌گرد می‌خواهد با اسکی کردن از کوههای پربرف از مرز عبور کند و فقط می‌تواند یک کوله‌پشتی حمل کند. وی باید اجناس خود را با این کوله‌پشتی حمل کند. تجربیات قبلی نشان می‌دهد که حداکثر وزنی که می‌توان در کوله‌پشتی قرار داده و حمل کند، ۱۰ کیلوگرم است. وزن و سود هر قلم از اجناس در جدول زیر نشان داده شده است. مشکل فروشنده این است که تعداد مشخصی از اقلام مختلف را انتخاب و حمل کند به گونه‌ای که بازده کل آن حداکثر گردد.

جنس	سود (دلار)	وزن (کیلوگرم)
A	۱۴۰	۳
B	۸۲	۲
C	۲۱۵	۵
D	۲۹۰	۴
E	۱۲۵	۲

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۳۴۳

تعداد کل صفحات: ۷

WWW.EGZA.TK

اگر این مسئله را با روش برنامه‌ریزی پویا حل نماییم، به سؤالات ۱۱ تا ۱۴ پاسخ دهید.

۱۱. تعداد مراحل این مسئله عبارتند از:

- الف. ۴ ب. ۵ ج. ۳ د. ۱۰
۱۲. حالت سیستم در مرحله (S_i) عبارتند از:

- الف. وزن اجناس تا مرحله \bar{A} ب. تعداد اجناس نوع \bar{A}
- ج. سود جنس نوع \bar{A} د. مجموع کل سود در مرحله \bar{A}

۱۳. متغیر مرحله \bar{A} عبارتند از:

- الف. وزن اجناس تا مرحله \bar{A} ب. تعداد اجناس نوع \bar{A}
- ج. سود جنس نوع \bar{A} د. مجموع کل سود در مرحله \bar{A}

۱۴. تابع هدف عبارتند از:

$$\text{الف. } Max: Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 2x_5$$

$$\text{ب. } Max: Z = 10 - (3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 2x_5)$$

$$\text{ج. } Max: Z = 140x_1 + 82x_2 + 115x_3 + 290x_4 + 125x_5$$

$$\text{د. } Max: Z = 10(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$$

۱۵. می‌خواهیم مسئله‌ای را به روش برنامه‌ریزی پویا حل نماییم، این مسئله دارای کدامیک از خواص زیر باید باشد؟

- الف. استقلال متغیرها ب. هر مرحله دارای خواص مخصوص به خود است.
- ج. خاصیت مارکوفی د. کمترین مرحله

۱۶. کدامیک از توابع زیر دارای نقطه زین‌اسبی هستند؟

$$\text{الف. } f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

$$\text{ب. } g(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4$$

$$\text{ج. } h(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_1 + 2x_2 + x_3x_3$$

$$\text{د. } k(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 - 4x_1x_2$$

۱۷. کدامیک از توابع زیر دارای نقاط پایداری هستند؟

$$\text{الف. } f(x_1, x_2) = x_1^2 + 7x_1 + 4x_2^2 + x_2 + 9$$

$$\text{ب. } f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + x_2 + 10x_3 + 15$$

$$\text{ج. } f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + 5x_3 + 8$$

$$\text{د. } f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 - x_2 + 9$$



تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۲

نام درس: تحقیق در عملیات ۲

زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۱۰۰ دقیقه

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

تعداد کل صفحات: ۴

کد درس: ۲۳۳۲۴۳

WWW.EGZA.TK

۱۸. فرض کنید ماتریس همبند یک مسئله برنامه‌ریزی به ازای نقطه پایداری آن، به صورت زیر باشد.

$$H = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۴ & ۱ \\ ۰ & ۱ & -۸ \end{bmatrix}$$

در این صورت این نقطه، یک نقطه:

- الف. ماکزیمم است. ب. می‌نیمم است. ج. زین‌اسبی است. د. هیچ اظهار نظری نمی‌توان کرد.

۱۹. مسئله $Max: f(x_1, x_p, x_m) = -x_1^2 - ۲x_p^2 - ۳x_m^2$

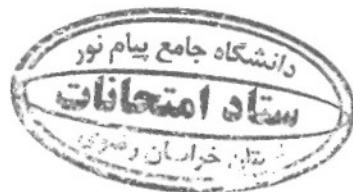
$$\begin{cases} x_1 + x_p + ۴x_m = ۷ \\ ۲x_1 - x_p + x_m = ۱ \end{cases}$$

را در نظر بگیرید اگر x_m متغیر غیراساسی فرض گردد ماتریس J عبارتند از:

الف. $\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} -۲ & ۰ \\ ۰ & -۴ \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} -۳ \\ -۶ \end{bmatrix}$

۲۰. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- الف. اگر تابع f یک تابع محدب باشد به ازای $\lambda \geq 0$ ، λf یک تابع مقعر است.
 ب. اگر تابع f یک تابع مقعر باشد آنگاه تابع $(-f)$ نیز یک تابع مقعر است.
 ج. تابع $f(x) = ax + b$ (ثابت b, a) یک تابع هم محدب و هم مقعر است.
 د. اگر تابع f یک تابع محدب باشد در این صورت $(-a)^2 f$ یک تابع مقعر است. (a ثابت)



جمع کل نمرات

۶ برکت

۱. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Max: } Z &= cx \\ \text{s.t. } \begin{cases} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

حل این مسئله عبارت است از پیدا کردن کوچکترین Z که دستگاه ذیل دارای جواب باشد.

$$\begin{cases} Cx \geq Z \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

متغیر x_1 را در نظر بگیرید. با به کار بردن هر نامساوی که x_1 در یک طرف و تمامی جملات در طرف دیگر باشند، می‌توان x_1 را از مسئله حذف نمود. این عمل را روی سایر متغیرها نیز انجام داده و مقدار بهینه Z را محاسبه می‌کنیم. این مطلب را در رابطه با مسئله زیر به کار برده و جواب بهینه Z را بدست آورید.

$$\begin{aligned} \text{Max: } Z &= 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

۲. مسئله دودویی زیر را با الگوریتم جمعی حل نمایید.

$$\begin{aligned} \text{Max: } Z &= 2x_1 + x_2 \\ \begin{cases} 10x_1 + 10x_2 \leq 9 \\ 10x_1 + 5x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 = 0 \text{ یا } 1 \end{cases} \end{aligned}$$

۳. مسئله برنامه‌ریزی زیر را با روش برنامه‌ریزی پویا حل نمایید.

$$\begin{aligned} \text{Max: } Z &= (x_1 + 2)^2 + x_2 + x_3 + (x_4 - 5)^2 \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

۴. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \text{Max: } Z &= 2x_1^r + 3x_2^r \\ \begin{cases} x_1^r + x_2^r + x_3^r = 5 \\ x_1^r - x_2^r + x_3^r = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

با استفاده از روش ژاکوبی و فرض x_1, x_2, x_3 متغیرهای اساسی و x_4, x_5 متغیرهای غیراساسی. نقاط اکسترمم این مسئله را مشخص کنید.

۴