

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



WWW.EGZA.TK

تعداد سوالات: فنی ۱۸ تکمیلی - تفریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

۱۴/۱۰/۶

۱۲۳۰

نام درس: ریاضی گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۳۱۳۹۵

WWW.EGZA.TK

۱. به چند طریق می‌توان از گروهی مرکب از ۳۰ دانشجو گروهی شامل ۴ نفر یا بیشتر انتخاب کرد؟

الف. $C(30, 0) + C(30, 1) + C(30, 2) + C(30, 3)$

ب. $2^{30} - C(30, 0) - C(30, 1) - C(30, 2) - C(30, 3)$

ج. $2^{30} + C(30, 0) + C(30, 1) + C(30, 2) + C(30, 3)$

د. $\sum_{i=0}^{30} p(30, i)$

۲. به چند طریق می‌توان ۵ جلد از یک کتاب تاریخ و ۷ جلد از یک کتاب ریاضی را به طور جداگانه بین چهار نفر تقسیم کرد؟

الف. $C(12, 7) + C(12, 5)$

ب. $C(12, 4)$

د. $C(8, 3) \cdot C(10, 3)$

ج. $C(8, 3) + C(10, 3)$

۳. از ای چه مقدار از n تعداد جملات در بسط $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^n$ برابر 15^3 خواهد شد؟

د. ۳۰

ج. ۲۵

ب. ۲۰

الف. ۱۵

۴. در یک اتاق ۵ صندلی وجود دارد. به چند طریق ممکن است ۵ نفر از اعضای خانواده قبل از نهار و بعد از نهار روی این صندلیها بنشینند به طوری که صندلی هر کس قبل و بعد از نهار متمایز باشد.

د. $5! + D_5$

ج. $\frac{D_5}{5!}$

ب. D_5

الف. $5! D_5$

۵. اگر $g(x)$ تابع مولد معمولی دنباله $\{a_r\}_{r=0}^{\infty}$ باشد. $[g(x)]^r$ تابع مولد کدام دنباله است؟

ب. $\{a_0^r + a_1^r + \dots + a_r^r\}$

الف. $\{a_r^r\}$

د. $\{a_0 + a_1 + \dots + a_r\}$

ج. $\{a_0 a_r + a_1 a_{r-1} + \dots + a_r a_0\}$

۶. تابع مولد نمایی دنباله $\left\{\frac{r!}{0!} + \frac{r!}{1!} + \frac{r!}{2!} + \dots + \frac{r!}{r!}\right\}_{r=0}^{\infty}$ کدام است؟

د. $\frac{e^x}{1+x}$

ج. $\frac{e^x}{1-x}$

ب. $(1+x)e^x$

الف. $(1-x)e^x$

۷. ضریب x^n در تابع مولد $f(x) = \prod_{i=1}^m \frac{1}{1-x^i}$ برابر کدام گزینه است؟الف. تعداد افزایشی از عدد طبیعی n که همه جمعوندها فرد هستند.ب. تعداد افزایشی از عدد طبیعی n که همه جمعوندها زوج هستند.ج. تعداد افزایشی از عدد طبیعی n که همه جمعوندها کوچکتر یا مساوی m هستند.د. تعداد افزایشی از عدد طبیعی n که همه جمعوندها متمایز هستند.

نام درس: ریاضی گسسته

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۲۳۱۳۹۵

تعداد سؤالات: فنی ۱۸ تکمیلی ۵ تفریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

WWW.EGZA.TK

۸. ترانزاده گراف فررز زیر کدام افراز عدد ۹ را نشان می‌دهد؟



الف. $1+2+3+3$

ب. $2+3+4$

ج. $1+1+3+4$

د. $1+2+2+4$

۹. تابع مولد تعداد روشهای انتخاب ۲ شیئی از گردایه‌ای n شیئی از اشیاء متمایز در صورتیکه تکرار اعضا مجاز باشد عبارتست از:

ب. ضریب x^r در $\frac{1}{1+x}$

د. ضریب x^r در $(\frac{1}{1+x})^n$

الف. ضریب x^r در $\frac{1}{1-x}$

ج. ضریب x^r در $(\frac{1}{1-x})^n$

۱۰. ریشه‌های معادله مشخصه کدام رابطه بازگشتی برابر 1 و ± 2 است؟

ب. $a_n = 5a_{n-2} + 4a_{n-4}$

د. $a_n = 5a_{n-2} - 4a_{n-4}$

الف. $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$

ج. $a_n = 3a_{n-2} - 2a_{n-4}$

۱۱. در حل رابطه بازگشتی $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n + 3n^2, n \geq 0, a_0 = 1, a_1 = 2$ انتخاب جواب خصوصی $h(n)$ به چه صورت خواهد بود؟

ب. $h(n) = A_0n + A_1n^2 + A_2n^3$

د. $h(n) = A_0 + A_1n + A_2n^2$

الف. $h(n) = A_1n + A_2n^2$

ج. $h(n) = A_0 + A_1n + A_2n^2 + A_3n^3$

۱۲. کدام گزینه در رابطه $f(n) = f(\frac{n}{3}) + 2$ برای $f(n) = 3^k, n \geq 1$ و $f(1) = 5$ صدق می‌کند؟

ب. $f(n) = r \log_r^n + 5$

د. $f(n) = r \log_r^n + 5$

الف. $f(n) = 3 \log_3^n + 5$

ج. $f(n) = 3 \log_3^n + 5$

۱۳. کدامیک از گرافهای زیر خوشه چهار رأسی دارد؟



۱۴. گراف کامل دوبخشی $K_{m,m}$ چند زیرگراف فراگیر دارد؟

الف. ۱۶

ب. ۳۲

ج. ۶۴

د. ۱۲۸

نام درس: ریاضی گسسته

تعداد سوال: نسی ۱۸ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

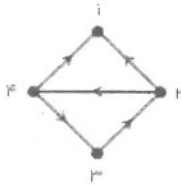
تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

۱۵. فرض کنید A ماتریس مجاورت گراف بدون طوقه و بدون یال چند گانه G باشد. اگر درایه (i, j) در ماتریسهای A^2, A^3, A^4 برابر صفر باشد کدام عبارت همواره درست نیست؟

- الف. رأسهای v_i و v_j توسط گشتی به طول ۲ به هم وصل نشده‌اند.
 ب. رأسهای v_i و v_j توسط گشتی به طول ۳ به هم وصل نشده‌اند.
 ج. رأسهای v_i و v_j توسط گشتی به طول ۲ به هم وصل نشده‌اند.
 د. رأسهای v_i و v_j توسط گشتی به طول ۱ به هم وصل نشده‌اند.

۱۶. تعداد مؤلفه‌های قوی گراف سودار زیر عبارتند از:



الف. صفر

ب. ۱

ج. ۲

د. ۳

۱۷. جبر بولی زیر مجموعه‌های مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ با کدام جبر بولی زیر یکرخت نیست؟ (D_n) مجموعه مقسوم علیه‌های n است که در آن اعمال جمع و ضرب و متمم برای هر $a, b \in D_n$ به ترتیب به صورت $[a, b]$ ، (a, b) و $\frac{n}{a}$ تعریف

شده است.

الف. D_{10} ب. D_{12} ج. D_{15} د. D_{20} ۱۸. فرض کنید که B یک جبر بولی است و $x, y \in B$. کدام گزاره نادرست است؟الف. $x < y \Leftrightarrow x' < y'$ ب. $x < y \wedge x < y' \Leftrightarrow x = 1$ ج. $x \leq 0 \Leftrightarrow x = 0$ د. $x \leq 0 \Leftrightarrow x = 1$

سؤالات تشریحی

۱. یک امتحان ریاضی شامل ۲۰ سؤال چهارگزینه‌ای و ۵ سؤال تشریحی است. به چند طریق می‌توان ۲۰۰ امتیاز را برای کل سؤالها در نظر گرفت به طوری که هر پرسش چهارگزینه‌ای ۳ یا ۴ یا ۵ امتیاز داشته باشد و امتیاز سؤالهای چهارگزینه‌ای مساوی باشند. (امتیاز هر سؤال تشریحی یک عدد صحیح مثبت است)

۲. رابطه بازگشتی $a_{n+1} - a_n = 3^n$ را به کمک تابع مولد حل نمایید.

نام درس: ریاضی گسسته

تعداد سوال: نسی ۱۸ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

۳. قضیه: اگر r یک عدد صحیح نامنتی. k یک عدد صحیح و n یک عدد صحیح نامنتی باشد. آنگاه ضریب $\frac{x^r}{r!}$ در بسط

$$(e^x - 1)^n$$

الف. $n!S(r, n)$ است هرگاه $r \geq n$ وب. برابر صفر است هرگاه $0 \leq r \leq n$

۴. قضیه: نشان دهید گراف $G = (V, E)$ با حداقل ۲ رأس اگر دو بخشی باشد آنگاه دور فرد ندارد.

۵. قضیه: اگر B یک جبر بولی متناهی با مجموعه اتمهای $\{x_1, \dots, x_n\}$ باشد آنگاه $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$



نام درس: ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

کد درس: ۲۴۱۳۹۵ تاریخ: ۸۶/۳/۱۲ شروع: ۸:

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

«توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز نیست»

۱. تعداد بایتهائی که با ۱۰ شروع می‌شوند ولی به ۰۱ ختم نمی‌شوند برابر است با

الف. 2^6 ب. 2^4 ج. $16 - 2^6$ د. $2^4 - 2 \times 2^6$

۲. به چند طریق می‌توان یک مجموعه n عضوی را به k زیر مجموعه غیر تهی افراز کرد؟

الف. $C(n+k-1, k-1)$ ب. $k!S(n, k)$

ج. $C(k+n-1, n-1)$ د. $n!S(k, n)$

۳. تعداد ۱۰- جایگشتهای یک مجموعه ۳ عضوی برابر است با تعداد طرق تخصیص ۱۰ نفر به ۳ اتاق به طوریکه:

- الف. در هر اتاق حداقل یک نفر جای گیرد.
 ب. در هر اتاق دقیقاً یک نفر جای گیرد.
 ج. در هر اتاق حداکثر یک نفر جای گیرد.
 د. هیچ محدودیتی در ظرفیت اتاقها نباشد.

۴. ضریب $a^3 b^4 d^5$ در بسط $(-a + b + 3d)^{15}$ برابر است با:

الف. $(-1)^3 (3)^5 \times \frac{15!}{3!4!5!}$ ب. $\frac{15!}{3! \times 4! \times 5!}$

ج. $\frac{15!}{3! \times 4! \times 5! \times (-1)^3 \times (3)^5}$ د. $\frac{15!}{3! \times 4! \times 5!} \times (-1)(3)$

۵. تعداد جمله‌های بسط چندجمله‌ای $(a+b+c+d)^{19}$ عبارتست از:

- الف. $c(19, 4)$ ب. $c(22, 3)$ ج. $c(23, 5)$ د. $c(23, 4)$

۶. تابع مولد متناظر با دنباله ثابت $\{k\}$ عبارتست از:

- الف. $g(x) = k$ ب. $g(x) = \frac{1}{1-x}$ ج. $g(x) = \frac{k}{1-x}$ د. $g(x) = x\left(\frac{1}{1-x}\right)'$

۷. ضریب x^{4k} در $(x^m + x^r + \dots)^k$ که در آن $k > 7$ عبارتست از

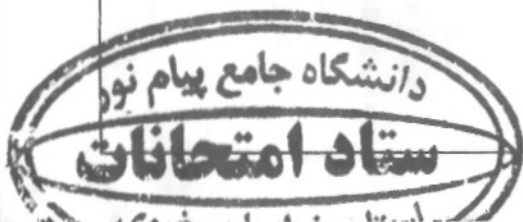
- الف. ضریب x^{4k-3} در $(1+x+\dots)^k$ ب. ضریب x^{4k-3k} در $(1+x+\dots)^k$
 ج. ضریب x^k در $(1+x+\dots)^k$ د. ضریب x^{4k-3k} در $(x^2 + x^3 + \dots)^k$

۸. تابع مولد تعداد روشهای انتخاب r شیئی از گردایه‌ای n شیئی از اشیاء متمایز در صورتیکه تکرار اعضا مجاز باشد عبارتست از:

- الف. ضریب x^r در $\frac{1}{1-x}$ ب. ضریب x^r در $\frac{1}{1+x}$
 ج. ضریب x^r در $\left(\frac{1}{1-x}\right)^n$ د. ضریب x^r در $\left(\frac{1}{1+x}\right)^n$

۹. رابطه بازگشتی مسئله برج هانوی را بنویسید که در آن محدودیت قرار گرفتن حلقه بزرگتر روی حلقه‌ای کوچکتر حذف شود. این رابطه بازگشتی عبارتست از:

- الف. $f(n) = 2f(n-1)$ ب. $f(n) = f(n-1) + 1$
 ج. $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ د. $f(n) = 2f(n-1) + 1$



نام درس: ریاضیات گسسته

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

تعداد کل صفحات: ۳

WWW.EGZA.TK

۱۰. رابطه بازگشتی تعداد واژه‌های دودویی به طول n که دو صفر در کنار هم نباشند عبارتست از

الف. $f(n) = 2f(n-1)$ ب. $f(n) = 2f(n-1) + 1$

ج. $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ د. $f(n) = 2f(n-1) - 1$

۱۱. تعداد یالهای گراف کامل n رأسی عبارتست از:

الف. $P(n, 2)$ ب. $C(n, 2)$ ج. $C(n+2, 2)$ د. $P(n+1, 2)$

۱۲. در یک گراف کامل n رأسی تعداد مسیرهای ساده و متمایز به طول m ($m < n$) عبارتست از:

الف. $m.n$ ب. $(m+n)!$ ج. $\frac{1}{2}n(n-1)\dots(n-m)$ د. $(n-m)!$

۱۳. کدام عبارت نادرست است؟

الف. در هر گراف سودار جمع درجات خروجی رأسها برابر جمع درجات ورودی آنها است.

ب. در هر گراف جمع درجات یک گراف دو برابر تعداد یالها است.

ج. در گرافی ساده، درجه رئوس نمی‌توانند همگی متمایز باشند.

د. در ماتریس A^p درایه a_{ij} برابر است با درجه رأس i ام (A ماتریس مجاورت است)

۱۴. کدام عبارت نادرست است؟

الف. در هر گراف تعداد رئوس فرد عددی زوج است. ب. در هر گراف تعداد رئوس زوج عددی زوج است.

ج. گرافی ۳-منتظم با ۵ رأس وجود ندارد. د. ماتریس وقوع لزوماً متقارن نیست.

۱۵. اگر A ماتریس مجاورت باشد کدام عبارت نادرست است؟الف. مجموع درایه‌های سطر i ام A برابر درجه ورودی رأس v_i است.ب. مجموع درایه‌های ستون j ام A برابر درجه ورودی رأس v_j است.ج. اگر رأس v_i دارای طوقه باشد آنگاه درایه a_{ij} برابر یک است.د. اگر درایه‌های سطر و ستون i ام در A صفر باشند رأس v_i رأس تنها است.

۱۶. در یک جبر بول کدام گزاره نادرست است؟

الف. $a.a' = 1$ ب. $a+a' = 1$ ج. $a.1 = a$ د. $a+0 = a$

۱۷. در یک جبر بول کدام عبارت برقرار نیست؟

الف. $0' = 1$, $1' = 0$ ب. $(xy)' = x'y'$ ج. $x+xy = x$ د. $x(x+y) = x$

۱۸. کدامیک از عبارات زیر در یک جبر بول با سه عبارت دیگر معادل نیست؟

الف. $xy = y$ ب. $x+y = y$ ج. $x'+y = 1$ د. $xy' = 0$

۱۹. هرگاه B یک جبر بول باشد و $a \in B$ کدامیک از عبارات زیر با سه عبارت دیگر هم ارز نیست؟الف. a یک اتم است.

ب. x, y ای در B وجود دارند که $x \neq a$, $y \neq a$, $x+y = a$

ج. برای هر $x \in B$ اگر $x \leq a$ آنگاه $x = 0$ یا $x = a$

د. برای هر $x \in B$ یا $ax = 0$ یا $ax = a$



نام درس: ریاضیات گسسته

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۴۱۳۹۵

WWW.EGZA.TK

تعداد کل صفحات: ۳

۲۰. کدام عبارت نادرست است؟

الف. اگر α یک عبارت بولی باشد α^1 نیز یک عبارت بولی است.ب. اگر α, β دو عبارت بولی باشند $\alpha + \beta$ نیز یک عبارت بولی است.

ج. فقط عبارتهائی بولی هستند که به کمک (الف) و (ب) ساخته می‌شوند.

د. اگر α یک عبارت بولی باشد (α) نیز یک عبارت بولی است.

سؤالات تشریحی

۱. الف) در کیسه‌ای ۹ سیب، ۷ پرتقال، ۱۰ نارنگی و ۶ لیمو شیرین وجود دارد. حداقل چند میوه از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن

باشیم که حداقل ۴ سیب یا حداقل ۶ پرتقال یا حداقل ۲ نارنگی یا حداقل ۵ لیمو شیرین بیرون آورده‌ایم.

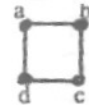
ب) در جعبه‌ای ۸ کتاب ریاضی، ۱۷ کتاب کامپیوتر، ۶ کتاب فیزیک، ۱۲ کتاب ادبیات فارسی و ۲۵ کتاب داستانی وجود دارد.

حداقل چند کتاب برداریم تا مطمئن باشیم که حداقل ۹ کتاب هم موضوع وجود داشته باشد؟

۲. اگر سه تاس با هم ریخته شوند به چند طریق مجموع آنها می‌تواند ۱۰ باشد.

۳. هرگاه تابع مولد یک رابطه بازگشتی $g(x) = \frac{x^2}{(1-x)(1-2x)}$ باشد، مطلوبست $f(n)$ ۴. الف) گراف کامل k_n و گراف دو بخشی کامل $k_{n,m}$ را تعریف نمایید.

ب) آیا گراف



رگراف دو بخشی است؟

$$x \geq -1$$

۵. تعداد جوابهای صحیح نامساوی $x + y + z \leq 12$ با شرط $y \geq 0$ را بیابید

$$z \geq 3$$

