

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



**WWW.EGZA.TK**

نام درس: جبر ۳

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی - تفریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

کلاس: ۲۴۱۲۲۶ تاریخ: ۸۶/۳/۲۵ شروع: ۸

تعداد کل صفحات: ۲

\* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. فرض کنید  $G$  گروهی از مرتبه ۱۶۹ باشد در این صورت مرکز  $G$  چند عضو دارد؟

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۱۳ د. ۱۶۹

۲. کدامیک از گروههای زیر ساده نیست؟

الف. هر گروه از مرتبه ۶ ب.  $Z_5$  ج.  $\frac{S_{11}}{A_{11}}$  د.  $Z_3$ 

۳. کدامیک از گروههای زیر به ازای هر شمارنده مرتبه اش: زیر گروهی از آن مرتبه ندارد؟

الف. هر گروه متناهی و دوری ب. هر گروه آبدلی متناهی

ج. هر  $P$ -گروه د.  $A_p$ 

۴. هر گروه از مرتبه ۲۵۰ چند ۵- زیر گروه سیلو دارد؟

الف. ۵ ب. ۱ ج. ۲۵ د. ۸

۵. کدام گزاره نادرست است؟

الف. هیچ گروهی از مرتبه ۲۴ ساده نیست.

ب. هیچ گروهی از مرتبه ۴۸ ساده نیست.

ج. هیچ گروه ساده از مرتبه ۵۶ وجود ندارد.

د. هیچ گروه ساده از مرتبه ۳۰ وجود ندارد.

۶. کدام گزاره نادرست است؟

الف. اگر  $|G| = pq$  ،  $p < q$  اعداد اول و  $p \equiv 1 \pmod{q}$  ، آنگاه  $G$  آبدلی است.ب. هر گروه از مرتبه  $p^2$  که  $p$  عدد اول باشد لزوماً آبدلی است.ج. اگر  $|G| = p^m$  که  $p$  یک عدد اول و  $m$  یک عدد طبیعی: آنگاه  $|Z(G)| = 1$ د. اگر  $G$  گروهی غیر بدیهی و  $a \in G$  آنگاه  $|C(a)| \geq 2$ 

۷. کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست؟

الف.  $Z$  ب.  $Z[x]$  ج.  $Z[\sqrt{-5}]$  د.  $R[x]$  برای هر حلقه  $R$ ۸. فرض کنید  $E(V) = \left\{ x \in \frac{Q}{Z} \mid x = \frac{r}{5^n} + Z, r \in Z, n \in \mathbb{N}_0 \right\}$  در این صورت کدام گزینه در مورد  $Z$ -مدول  $E(V)$  درست است؟الف.  $E(V)$  آرتینی و نوتری است.ب.  $E(V)$  آرتینی است ولی نوتری نیست.ج.  $E(V)$  آرتینی و نوتری نیست.د.  $E(V)$  آرتینی نیست ولی نوتری است.۹. فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول و  $G$  یک زیر مدول آن باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟الف. اگر  $G$  آرتینی باشد آنگاه  $\frac{M}{G}$  آرتینی است.ب. اگر  $\frac{M}{G}$  آرتینی باشد آنگاه  $M$  آرتینی است.ج. اگر  $M$  آرتینی باشد آنگاه  $\frac{M}{G}$  آرتینی است.د. اگر  $G$  آرتینی باشد آنگاه  $M$  آرتینی است.

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۲۲۱۲۲۶

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲

۱۰. کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است. (فرض کنید  $M$  مدولی روی حلقه جابجایی  $R$  باشد).
- الف. اگر  $M$  نوتری باشد آنگاه هر زیر مدول آن نیز نوتری است.
- ب. اگر  $M$  آرتینی باشد آنگاه هر مدول خارج قسمتی آن نیز آرتینی است.
- ج. اگر  $M$  نوتری باشد آنگاه هر زیر مدول  $M$  متناهی مولد است.
- د. اگر هر زیر مدول  $M$  متناهی مولد باشد آنگاه  $M$  آرتینی است.
۱۱. قضیه کوهن بیان می‌کند:
- الف. اگر  $R$  آرتینی باشد آنگاه  $R[x]$  آرتینی است.
- ب. اگر  $R$  حلقه‌ای تعویض‌پذیر با این ویژگی که هر ایده‌آل اولش متناهی مولد باشد آنگاه  $R$  نوتری است.
- ج. اگر  $R$  حلقه‌ای تعویض‌پذیر با این ویژگی که هر ایده‌آل اولش متناهی مولد باشد آنگاه  $R$  آرتینی است.
- د. هر حلقه تعویض‌پذیر  $R$  نوتری است اگر و فقط اگر  $R$  آرتینی باشد.
۱۲. فرض کنید  $R$  یک حلقه تعویض‌پذیر باشد. اگر  $R$  را به عنوان  $R -$  مدول در نظر بگیریم آنگاه کدام گزینه نادرست است؟
- الف. هر ایده‌آل  $R$  یک  $R -$  زیر مدول  $R$  است.
- ب.  $R$  دارای زیر مدول غیربدیهی نیست.
- ج. هر زیر مدول  $R$  یک ایده‌آل  $R$  است.
- د. ایده‌آل‌های  $R$  دقیقاً همان  $R -$  زیر مدول‌هایش هستند و برعکس.
۱۳. فرض کنید  $M, N$  دو مدول روی حلقه تعویض‌پذیر  $R$  باشند در این صورت کدام گزاره نادرست است؟
- الف. دنباله  $0 \rightarrow N \xrightarrow{h} M \rightarrow 0$  کامل است در صورتی که  $h$  تکریختی باشد.
- ب. اگر دنباله  $0 \rightarrow N \xrightarrow{h} M \rightarrow 0$  کامل باشد آنگاه  $h$  بروریختی است.
- ج. اگر  $h$  بروریختی باشد آنگاه  $0 \rightarrow N \xrightarrow{h} M \rightarrow 0$  کامل است.
- د. دنباله  $0 \rightarrow N \xrightarrow{h} M \rightarrow 0$  کامل است اگر و فقط اگر  $h$  بروریختی باشد.
۱۴. کدامیک از دنباله‌های  $R -$  مدولی و  $R -$  همریختی زیر کامل است. ( $H$  یک زیر مدول  $M$ ،  $i$  تابع شمول و  $\pi$  بروریختی طبیعی است).
- الف.  $0 \rightarrow H \xrightarrow{i} M \xrightarrow{i} \frac{M}{H} \rightarrow 0$
- ب.  $0 \rightarrow H \xrightarrow{\pi} M \xrightarrow{\pi} \frac{M}{H} \rightarrow 0$
- ج.  $0 \rightarrow H \xrightarrow{i} M \xrightarrow{\pi} \frac{M}{H} \rightarrow 0$
- د.  $0 \rightarrow H \xrightarrow{\pi} M \xrightarrow{i} \frac{M}{H} \rightarrow 0$
۱۵. کدام گزاره صحیح نیست؟
- الف.  $Z$  به عنوان  $Z -$  مدول آزاد است.
- ب. مجموعه اعداد حقیقی روی  $Q$  ( $R$  به عنوان  $Q -$  مدول) آزاد و با پایه متناهی است.
- ج.  $Q$  به عنوان  $Q -$  مدول آزاد است.
- د. به ازای هر مدول  $M$  روی حلقه تعویض‌پذیر  $R$ ،  $\{O_M\}$  یک  $R -$  مدول آزاد است.



نام نمره: جبر ۳

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی -- تفریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

کد نمره: ۲۴۱۲۲۶

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

۱۶. فرض کنید  $M$  مدولی روی حلقه تعویض پذیر  $R$  باشد و دارای یک سری ترکیبی به طول  $n$  باشد. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

الف. طول هیچ زنجیر اکید از زیر مدول‌های  $M$  بزرگتر از  $n$  نیست.

ب. طول هر سری ترکیبی  $M$  حداکثر برابر  $n$  است.

ج. هر زنجیر اکید از زیر مدول‌های  $M$  به طول  $n < n'$  را می‌توان با وارد کردن  $n - n'$  جمله دیگر به یک سری ترکیبی  $M$  تبدیل کرد.

د. هر زنجیر اکید از زیر مدول‌های  $M$  به طول  $n$  یک سری ترکیبی  $M$  است.

۱۷. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. هر گروه آبدی جمعی یک  $Z -$  مدول یکنانی است.

ب. هرگاه  $S$  یک حلقه و  $R$  یک زیر حلقه آن باشد. آنگاه  $S$  یک  $R -$  مدول است.

ج. هرگاه  $I$  یک ایده‌آل حلقه جابجایی  $R$  باشد. آنگاه  $\frac{R}{I}$  یک  $R -$  مدول است.

د. اگر  $M$  یک مدول روی حلقه تعویض پذیر  $R$  باشد آنگاه  $A_{nnR}(M)$  ایده‌آل  $R$  نیست.

۱۸. فرض کنید  $F$  یک میدان باشد در این صورت  $F$  به عنوان یک حلقه:

الف. نوتری و آرتینی است.

ب. نوتری نیست ولی آرتینی است.

ج. نوتری نیست، آرتینی هم نیست.

د. نوتری است ولی آرتینی نیست.

۱۹. فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه تعویض پذیر  $R$  و  $\{G_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  خانواده‌ای از  $R -$  زیر مدول‌های  $M$  باشد در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

ب.  $\sum_{\lambda \in \Lambda} G_\lambda$  زیر مدولی از  $M$  است.

الف.  $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} G_\lambda$  زیر مدولی از  $M$  است.

ج.  $\left\langle \sum_{\lambda \in \Lambda} YG_\lambda \right\rangle$  زیر مدولی از  $M$  است.

د. اگر  $\Lambda = \emptyset$  آنگاه  $\sum_{\lambda \in \Lambda} G_\lambda$  زیر مدول  $M$  نیست.

۲۰. فرض کنید  $I$  ایده‌آل حلقه تعویض پذیر  $R$  باشد و  $I \subseteq \text{Jac}(R)$  در این صورت کدام گزاره درست است؟

ب.  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = R$

الف.  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0$

د.  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = I$

ج.  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = \phi$



نام درس: جبر ۳

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کلاس: ۲۳۱۲۲۶

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

سؤالات تشریحی:

۱. ثابت کنید هر گروه از مرتبه ۱۲۲۵ آبلی است.

۲. قضیه دوم سیلو را بیان و اثبات نمائید.

۳. فرض کنید  $R$  یک حلقه تعویض پذیر و یکدار و  $I$  ایده آلی از  $R$  باشد. نشان دهید:

$$I = A_{nmR} \left( \frac{R}{I} \right) = \left( \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} : 1 + I \right)_R$$

۴. لم ناکایاما را بیان و اثبات کنید.

۵. فرض کنید  $R$  حلقه ای تعویض پذیر و دنباله:

$$\circ \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow \circ$$

دنباله کامل کوتاهی از  $R$  - مدول ها و  $R$  - همریختی ها باشد؛ نشان دهید: $R$  - مدول  $M$  متناهی طول است اگر و فقط اگر  $L$  و  $N$  هر دو متناهی طول باشند.

نام درس: جبر ۳

۱۰ / ۱۱ / ۸۶

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی

۸۱۳

کد درس: ۲۳۱۲۲۶

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکلیفی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲



۱- هرگاه  $G$  یک گروه از مرتبه ۲۲ باشد کدام گزاره درست است؟

- الف. ۲- سیلو زیر گروه  $G$  در  $G$  نرمال است.      ب.  $G$  دارای ۵ زیر گروه ۲- سیلو است.  
ج.  $G$  دارای یک ۵ سیلو زیر گروه است      د.  $G$  هیچ زیر گروه از مرتبه ۲ ندارد.

۲- هرگاه  $G$  گروهی از مرتبه ۲۶ باشد کدام گزاره درست است؟

- الف.  $G$  دارای زیر گروهی غیر دوری است.      ب.  $G$  آبلی نیست  
ج.  $G$  دوری نیست      د.  $G$  دوری است

۳- هرگاه  $G$  یک گروه از مرتبه ۱۰ باشد، کدام گزاره درست است؟

- الف.  $G$  تنها یک زیر گروه از مرتبه ۲ دارد  
ب.  $G$  تنها یک زیر گروه از مرتبه ۵ دارد  
ج.  $G$  دارای ۵ زیر گروه از مرتبه ۲ است  
د.  $G$  تنها دارای یک زیر گروه از مرتبه ۵ و یک زیر گروه از مرتبه ۲ است.

۴- هرگاه  $G$  یک گروه از مرتبه  $P^m$  باشد که در آن  $P$  عدد اولی است که  $P \nmid m$  و  $H$  یک  $P$ -سیلو زیر گروه  $G$  باشد، آنگاه تعداد  $P$ -زیر گروه های سیلوی  $G$  برابر است با:

- الف.  $[G:Z(G)]$       ب.  $[G:N(H)]$       ج.  $|N(H)|$       د.  $|Z(G)|$

۵- هرگاه  $G$  گروهی از مرتبه ۲۹ باشد، مرکز  $G$  چند عضو دارد؟

- الف. ۱      ب. ۷      ج. ۲۹      د. ۲

۶- مجموعه اعداد صحیح  $Z$  - به عنوان  $Z$  مدول:

- الف. نوتری است ولی آرتمینی نیست      ب. نه نوتری است و نه آرتمینی است.  
ج. هم نوتری است و هم آرتمینی است      د. نوتری نیست ولی آرتمینی است.

۷- گروه  $Z_5$  را به عنوان  $Z_5$  - مدول در نظر بگیرید. کدام گزاره درست است؟

- الف. نوتری نیست ولی آرتمینی است      ب. نوتری است ولی آرتمینی نیست  
ج. نه نوتری است و نه آرتمینی است      د. هم نوتری است و هم آرتمینی است

۸- دنباله  $0 \rightarrow N \xrightarrow{f} M \rightarrow R$  که در آن  $N, M$  دو مدول روی حلقه  $R$ ،  $f$  یک  $R$ -همریختی است، تحت چه شرایطی یک دنباله کامل است؟

- الف.  $\{y \in N \mid \exists x \in M, f(x) = y\} = \{0\}$       ب.  $f^{-1}(N) = \{0\}$   
ج.  $\{y \in N \mid \exists x \in M, f(x) = y\} = N$       د.  $f^{-1}(N) = M$

۹- هرگاه  $Z$  حلقه اعداد صحیح باشد، کدام گزینه درست است؟

- الف.  $Z[x_1, \dots, x_n]$  یک حلقه نوتری است      ب.  $Z[x_1, \dots, x_n]$  یک حلقه آرتمینی است.  
ج.  $Z[x_1, \dots, x_n]$  حلقه ای نوتری نمی باشد.      د.  $Z[x_1, \dots, x_n]$  حلقه نمی باشد.

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

کلاس: ۲۳۱۲۴۶

۱۰- فرض کنید  $R$  حلقه ای جابجایی یکدار و نوتری با تنها ایده آل ماکزیمال  $M$  باشد. همچنین فرض کنید  $I$  ایده آل دلخواهی از  $R$  باشد، آنگاه:

$$\text{الف. } \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n \neq 0 \quad \text{ب. } \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0 \quad \text{ج. } \bigcap_{n=1}^{\infty} M^n \neq 0 \quad \text{د. } \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = I$$

۱۱- دنباله  $0 \rightarrow M \xrightarrow{f} N \xrightarrow{g} L \rightarrow 0$  از  $R$ -مدول ها و  $R$ -همریختی ها یک دنباله شکافته شده است هرگاه:

الف.  $\text{Im } f = \ker g$       ب.  $N = M \oplus L$

ج.  $N = M \oplus L, \text{Im } f \subseteq \ker g$       د.  $N = M \oplus L, \text{Im } f = \ker g$

۱۲- فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه  $R, G, H$  نیز زیر مدول هایی از  $M$  باشند به طوری که  $G \cap H = \{0\}$  آنگاه:

الف.  $\frac{G+H}{G} \cong H$       ب.  $G+H \cong \frac{G}{H \cap G}$

ج.  $\frac{G+H}{G} \cong \frac{M}{H}$       د.  $\frac{M}{G+H} \cong H$

۱۳- فرض کنید  $R$  حلقه ای جابجایی و  $0 \rightarrow M \xrightarrow{f} N \xrightarrow{g} L \rightarrow 0$  دنباله ای کوتاه و کامل از  $R$ -مدول ها و  $R$ -همریختی ها باشد. در این صورت:

الف. اگر  $M$  متناهی طول باشد، آنگاه  $N$  نیز متناهی طول است.

ب. اگر  $M$  و  $\text{Im } g$  هر دو متناهی طول باشند، آنگاه  $N$  نیز متناهی طول است.

ج. اگر  $M$  و  $\ker g$  هر دو متناهی طول باشند، آنگاه  $N$  نیز متناهی طول است.

د. اگر  $N$  متناهی طول باشد آنگاه تنها یکی از  $M$  و  $L$  متناهی طول اند.

۱۴- فرض کنید  $G$  یک مدول روی حلقه جابجایی  $R$  باشد. در این صورت:

الف. اگر  $G$  ساده باشد، آنگاه ایده آلی از  $R$  مانند  $I$  وجود دارد که  $G \cong \frac{R}{I}$

ب. اگر  $R$  دارای ایده آل اولی مانند  $M$  باشد به طوری که  $G \cong \frac{R}{M}$  آنگاه  $G$  ساده است.

ج. اگر  $R$  دارای ایده آل ماکزیمالی مانند  $M$  باشد به طوری که  $G \cong \frac{R}{M}$  آنگاه  $G$  ساده است.

د. اگر  $G$  دارای زیر مدولی مانند  $G'$  باشد به طوری که  $G' \neq G$  و  $G' \neq 0$  آنگاه  $G$  ساده است.

۱۵- کدام گزاره درست است؟

الف. حلقه  $R$  آرتینی است هرگاه در شرط زنجیر صعودی صدق کند.

ب. حلقه  $R$  نوتری است هرگاه در شرط زنجیر صعودی صدق کند.

ج. حلقه  $R$  نوتری است هرگاه در شرط زنجیر نزولی صدق کند.

د. حلقه  $R$  نوتری است هرگاه در شرط می نیمال صدق کند.



نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

کد درس: ۲۳۱۲۲۶

WWW.EGZA.TK

تعداد سوالات: نهمی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵  
 زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه  
 تعداد کل صفحات: ۲

۱۶- کدام گزاره درست است؟

- الف. هر مدول روی حلقه ای جابجایی دارای یک سری ترکیبی است.
  - ب. هر مدول نوتری روی حلقه ای جابجایی دارای یک سری ترکیبی است.
  - ج. هر میدان  $F$  یک  $F$ -مدول با طول متناهی است.
  - د. هر مدول آرتینی روی حلقه ای جابجایی دارای یک سری ترکیبی است.
- ۱۷- فرض کنید  $R$  یک حلقه و  $I$  ایده آلی از  $R$  و  $M$  یک  $R$ -مدول باشد. در این صورت:

- الف. اگر  $I \subseteq \text{Ann}(M)$ ، آنگاه  $M$  دارای ساختار  $\frac{R}{I}$ -مدولی است.
- ب.  $R$  یک  $I$ -مدول است.

ج. اگر  $IM \neq 0$ ، آنگاه  $M$  دارای ساختار  $\frac{R}{I}$ -مدولی است.

د.  $M$  دارای ساختار  $\frac{R}{I}$ -مدولی است.

۱۸- فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه جابجایی  $R$ ، ایده آلی از  $R$  باشد. در این صورت:

- الف.  $IM$  یک زیر مدول  $M$  است.
- ب.  $(M : M I)$  زیر مدول سره (حقیقی) از  $M$  است.
- ج.  $M = (0 : M I)$
- د.  $\{0\} = (0 : R M)$



۱۹- کدام یک از گزاره های زیر در مورد  $Z$ -مدول  $G = \frac{Z}{2Z} \oplus \frac{Z}{5Z}$  درست است؟

- الف.  $\{(1+2Z, 0) + 5Z\}$  یک مجموعه مولد  $G$  است.
- ب.  $\{(1+2Z, 0) + 5Z, (0, 1+5Z)\}$  یک مجموعه مولد  $G$  است.
- ج.  $\{(1+2Z, 0) + 5Z, (0, 1+5Z)\}$  یک پایه برای  $G$  است.
- د.  $\{(0, 1+5Z)\}$  یک مجموعه مولد  $G$  است.

۲۰- فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه جابجایی  $R$  و  $\{M_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  خانواده ای از  $R$ -مدول های  $M$  باشد. در این صورت:

- الف. اگر  $\Lambda = \emptyset$  آنگاه  $\sum_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$  زیر مدول  $M$  نیست.
- ب.  $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$  زیر مدول  $M$  نیست.
- ج.  $\sum_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$  زیر مدول  $M$  نیست.
- د.  $\langle \bigcup_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda \rangle$  زیر مدولی از  $M$  است.



نام درس: جبر ۳

تعداد سؤالات: نفي ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش ریاضی

زمان امتحان: تمشي و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۳۱۲۲۶

تعداد کل صفحات: ۲

WWW.EGZA.TK

سئوالات تشریحی:

۱- اگر  $G$  یک گروه متناهی باشد به طوری که  $|G| = P^m$  ,  $P$  یک عدد اول و  $m > 0$  , آنگاه مرکز  $G$  از مرتبه  $p^\alpha$  است که  $0 < \alpha \leq m$  .

۲- نشان دهید هیچ گروه ساده از مرتبه  $2 \cdot 3$  وجود ندارد.

۳- فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه جابجایی  $R$  باشد. نشان دهید  $M$  دوری است اگر و فقط اگر ایده آلی از  $R$  مانند  $I$

$$M \cong \frac{R}{I}$$

موجود باشد به طوری که

۴- فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه جابجایی  $R$  باشد و  $N, N'$  زیر مدول هایی از  $M$  باشند. نشان دهید:

$$\text{Ann}(N + N') = \text{Ann}(N) \cap \text{Ann}(N')$$

۵- فرض کنید  $M_1, \dots, M_n$  (که در آن  $n \in \mathbb{N}$ ) مدول هایی روی حلقه جابجایی  $R$  باشند. نشان دهید جمع مستقیم

$$\bigoplus_{i=1}^n M_i$$

نوتری است اگر و تنها اگر  $M_1, \dots, M_n$  همگی نوتری باشند.

