

بسم الله الرحمن الرحيم

اللهم صل على محمد وآل محمد



ساختمان گسته نیمسال اول ۸۳

۱. ماتریس رابطه R بصورت زیر است:

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

کدام گزینه در مورد R درست است:

د. هیچ‌کدام

ج. بازتابی است.

کل. متقارن است.

۲. اگر A, B دو ماتریس بولی بصورت زیر باشند،

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

کدام گزینه درست است؟

$$A \odot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

الف. $A \odot B = B \odot A$

$$A \oplus B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \odot B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۳. مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ مفروض است. کوچکترین رابطه هم ارزی تعریف شده در A ، شامل عناصر (a, b) ، (c, d) و (b, c) چند عضو دارد؟ (به جز این سه عضو)

۱۷. د

۱۶. ج

۱۵. ب

الف. ۳

۴. فرض کنید رابطه R بر روی Z^+ به صورت زیر تعریف شده است.

(منظر از GCD بزرگترین مقسوم علیه مشترک باشد) $aRb \Leftrightarrow GCD(a, b) = 1$. R خاصیت را دارد؟

د. تعددی و تقارنی

ب. تعددی

ج. تقارنی

الف. بازتابی

۵. اگر R یک رابطه متعدد باشد کدام گزینه نادرست است؟

$$R^\infty = R$$

$$(M_R)_\odot^2 \geq M_R$$

$$(M_R)_\oplus^2 \leq M_R$$

$$\forall n \in Z : R^n \subseteq R$$

۱۶. اگر R یک رابطه متقارن باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$M_R \neq M_R^T \quad M_R^T = M_{R^{-1}} \quad M_R = M_{R^{-1}} \quad R = R^{-1}$$

۱۷. رابطه R توسط ماتریس زیر تعریف شده است. کدامیک از جملات زیر در مورد رابطه R صحیح است؟

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ب. R متعدد است.

الف. R پاد متقارن (ضد متقارن) است.

د. هیچکدام

ج. R ضد بازنایی است.

۱۸. اگر A یک مجموعه و $|A| = n$ در مورد بستار متعدد R (یعنی R^∞) کدام گزینه درست است؟

$$R^\infty \subset R^n$$

$$R^\infty = R^n$$

$$R^\infty = R \cap R' \cap \dots \cap R^n$$

$$R^\infty = R \cup R' \cup \dots \cup R^n$$

۱۹. رابطه مقابل دارای کدامیک از خواص زیر می‌باشد؟

د. ضد بازنایی و پاد تقارنی

ج. متعدد

ب. پاد تقارنی

الف. ضد بازنایی

۲۰. اگر A, B, C سه مجموعه و S, R دو رابطه بترتیب از A به B و از B به C باشند، کدام گزینه درست است؟

($M_S R$ و $M_R S$ ماتریس S است)

$$(SoR)^{-1} = R^{-1} o S^{-1}$$

$$(SoR)^{-1} = S^{-1} o R^{-1}$$

$$M_{S o R} = M_S \odot M_R$$

$$SoR = RoS$$

ب. ۲۱. اگر $g(x) = x + 1$ و $f(x) = x^3$ کدام گزینه درست است؟

$$(gof)(x) = (x+1)^3 \quad (fog)(x) = (x^3 + 1) \quad fog \neq gof \quad \text{ب.} \quad fog = gof \quad \text{الف.}$$

۲۲. در میان ... عدد صحیح دلخواه، دست کم دو عدد وجود دارد که تفاضل آنها بر n بخش پذیر است؟

د. هیچکدام

ج. $n+1$

ب. n

الف. $n-1$

۲۳. از میان اعداد $10, 11, 11, 12, 11, 12, \dots, 99$ چند عدد انتخاب کنیم تا دست کم یکی از آنها مضرب عدد ۳ باشد؟

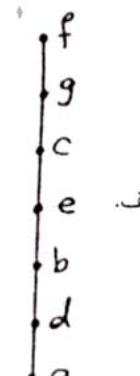
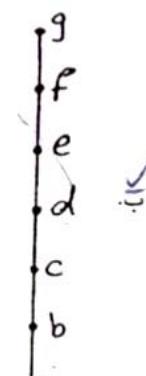
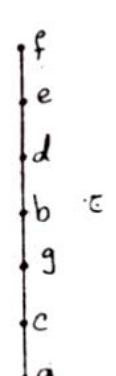
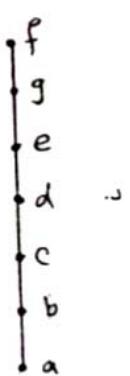
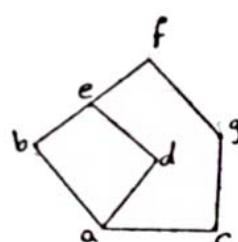
د. ۶۰

ج. ۶۱

ب. ۳۵

الف. ۳

پ. ۲۴. کدامیک از نمودارهای هاس زیر، یک ترتیب توپولوژیکی برای نمودار زیر نیست؟



۱۵. مجموعه‌های با ترتیب جزئی متناهی ...

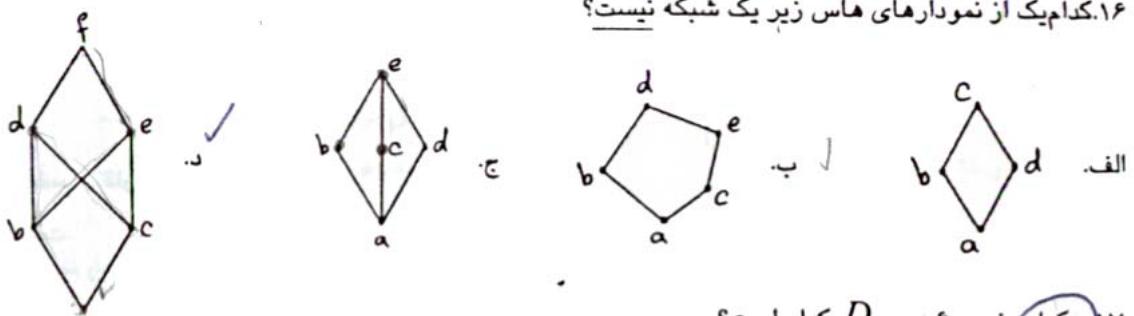
الف. حداقل یک عضو ماکزیمال و یک عضو مینیمال دارند.

ب. حداقل یک عضو ماکزیمال و یک عضو مینیمال دارند.

ج. عضو ماکزیمال و عضو مینیمال وجود دارد و منحصر بفردند.

د. ماکزیمال و مینیمال در صورت وجود منحصر بفرد است.

۱۶. کدامیک از نمودارهای هاس زیر یک شبکه نیست؟



۱۷. مکمل منحصر در D_{18} کدام است؟

ب. ۱۸.

الف. ۹

ج. منحصر بفرد نیست.

د. وجود ندارد.

۱۸. فرض کنید $B \rightarrow B$ یک تابع بولی باشد که برای آن $S(f)$ بصورت زیر است.

$$S(f) = \{(0,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$$

شکل نرمال فصلی یا به اختصار dnf آن کدام است؟

الف. $(x' \vee y' \vee z) \wedge (x \vee y \vee z') \wedge (x \vee y \vee z)$

ب. $(x' \wedge y' \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y \wedge z)$

ج. $(x \vee y \vee z') \wedge (x' \vee y' \vee z) \wedge (x' \vee y' \vee z')$

د. $(x \wedge y \wedge z') \vee (x' \wedge y' \wedge z) \vee (x' \wedge y' \wedge z')$

۱۹. عبارت بولی $x \wedge (y \vee z')$ مفروض است، شکل dnf آن کدام است؟

$$(x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z') \quad \text{الف. } (x \wedge y) \vee (x \vee z')$$

$$x \wedge y \wedge z. \quad \text{د.}$$

$$x \wedge (y' \wedge z'). \quad \text{ج.}$$

۲۰. اگر $\{4, 5, 3\} \subseteq D_4$ در $LUB(B)$. $B = \{4, 5, 3\}$ کدام است؟

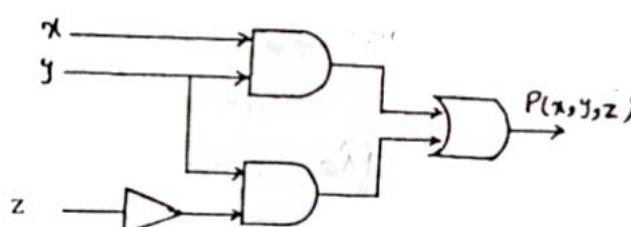
۱۸. د

۱۲. ج

۲۴. ب

الف. ۶

۲۱. نمودار منطقی زیر با کدام عبارت بولی معادل است؟



$$P(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z') \quad \text{ب. } \checkmark \quad \text{الف. } (x \vee y) \wedge (y \wedge z')$$

$$P(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (y' \wedge z') \quad \text{د. } \quad \text{ج. } (x \wedge y) \vee (y' \wedge z)$$

۲۲. معادله درجه دوم زیر، معادله مشخصه کدام رابطه بازگشته است؟

$$3r^2 - 4r + 6 = 0$$

ب. $3a_n - 4a_{n-1} + 6a_{n-2} = 0$

الف. $3a_n - 4a_{n-1} + 6 = 0$

د. $3a_n - 4a_{n+1} + 6a_{n+2} = 0$

ج. $3a_n - 4a_{n+1} + 6 = 0$

۲۳. رشته زیر مفروض است:

تابع مولد آن کدام چیست؟

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots$$

د. $\frac{1}{1+2x}$

ج. $\frac{x}{1+2x}$

اب. $\frac{1}{1-2x}$

الف. $\frac{x}{1-2x}$

۲۴. ضریب x^{50} در عبارت $(x^7 + x^8 + x^9 + \dots)^5$ کدام است؟

د. C_{50}^{50}

ج. C_{48}^5

ب. C_{55}^{50}

الف. C_{13}^{50}

۲۵. مقدار a_m در رابطه بازگشته زیر کدام است؟

$$\begin{cases} a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = 2^n, & n \geq 0 \\ a_0 = 1, a_1 = 2 \end{cases}$$

د. ۸

ج. ۲۰

ب. ۱۶

الف. ۱۴

۲۶. رشته تولید شده از تابع مولد زیر کدام است؟

$$f(x) = \frac{1}{1-2x} + \frac{5x}{1-x}$$

ب. $-4, -7, -9, -13, -21, \dots$

الف. $1, 7, 9, 13, 21, \dots$

د. $-5, -7, -13, -21, \dots$

ج. $5, 7, 13, 21, \dots$

۲۷. هرگاه در رابطه بازگشته 2 داشته باشیم $f(n) = n^m$ و $a_n + ba_{n-1} + ca_{n-2} = f(n)$ ، $n \geq 2$ بطوریکه m جوابی برای معادله ممکن مربوط به آن نیست. در اینصورت $a^{(p)}$ (جواب ویژه) به چه شکل است؟

ب. An^m

الف. $A^m n^m$

د. $A_0 + A_1 n + A_2 n^2 + A_3 n^3$

ج. $A_0 + A_1 + A_2 2^n + A_3 3^n$

۲۸. معادله بازگشته همکن زیر مفروض است: ریشه‌های معادله مشخصه عبارتند از:

$$\begin{cases} a_{n+2} = 3a_{n+1} - 4a_n, & n \geq 0 \\ a_0 = 3, a_1 = 4, a_2 = 22 \end{cases}$$

۲۹. جواب عمومی آن به چه شکلی است؟

ب. $a_n = (A_0 + A_1 n + A_2 n^2) 2^n + B_0 (-1)^n$

الف. $a_n = (A_0 + A_1 n) 2^n + B_0 (-1)^n$

د. $a_n = (A_0 + A_1 2^n) n^2 + B_0 (-1)^n$

ج. $a_n = (A_0 + A_1 n) 2^n$

۳۰. معادله مشخصه رابطه بازگشته زیر بصورت زیر است:

$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - 2a_{n-2}, & n \geq 2 \\ a_0 = 1, a_1 = 2 \end{cases}$$

۳۱. جواب عمومی همکن برای آن کدام گزینه است؟

$$r^2 - 2r + 2 = 0$$

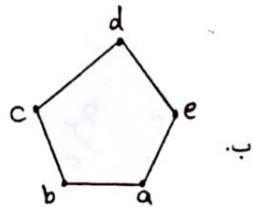
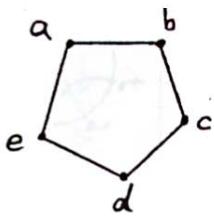
ب. $a_n = c_1 (1 + \sqrt{3})^n + c_2 (1 - \sqrt{3})^n$

الف. $a_n = c_1 (1+i)^n + c_2 (1-i)^n$

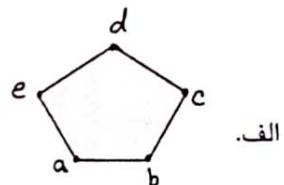
د. $a_n = c_1 ((1-i)^n + (1+i)^n)$

ج. $a_n = c_1 (1+i)^n + nc_2 (1+i)^n$

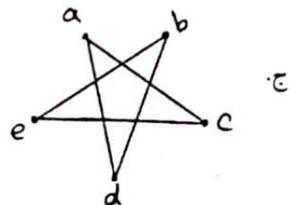
۲۰. مکمل گراف زیر کدام است؟



د.



الف.



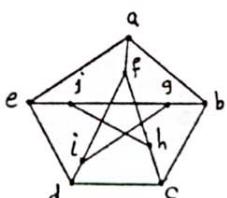
ج.

۲۱. گراف بی سوی $G(V, E)$ دارای مدار اولیری است، اگر و تنها اگر

- الف. G همبند و دارای رأسی از درجه فرد باشد.
ب. G همبند و دارای رأسی از درجه فرد نباشد.
ج. G همبند و دارای رأسی از درجه زوج باشد.
د. G همبند و دارای رأسی از درجه زوج نباشد.

۲۲. گراف بی سوی $G(V, E)$ دارای مسیر اولیری است، اگر و تنها اگر

- الف. حداقل دو رأس از درجه فرد داشته باشد.
ب. همبند بوده و درجه دقیقاً دو رأس آن فرد باشد.
ج. حداقل دو رأس از درجه زوج داشته باشد.
د. همبند بوده و حداقل دو رأس از درجه زوج داشته باشد.



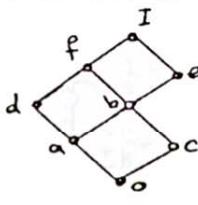
ا. گراف پترسن

ج.

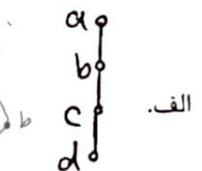
ب.

الف.

۲۳. کدامیک از گرافهای زیر هامنی است؟



ب.



الف.

۲۴. گراف ساده، غیرجهتدار و بدون حلقه $G = (V, E)$ ، از ده مؤلفه همبند که هر کدام یک درخت است، تشکیل شده. اگر مجموع درجه های رئوس گراف G برابر صد باشد، در اینصورت تعداد رئوس این گراف چقدر است؟

۴۰

۵۰

۱۰

۶۰

۲۵. کدامیک از گرافهای زیر دارای مدار اولیری است؟ (منظور از K_n گراف کامل با n گره است).

د. هیچکدام

ج.

ب.

الف.

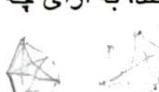
۲۶. فرض کنید G ، یک دور با n رأس باشد، به ازای چه مقدار n ، G خود مکمل است؟

د. هر سه

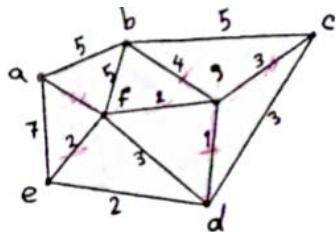
ج.

ب.

الف.



۲۸. درخت پوشای مینیم برای گراف مقابله چه وزنی دارد؟



۲۰.۵

۱۹.۷

۱۷.۶

۱۵.۷

۲۹. الگوریتم کراسکال به چه منظور بکار می‌رود؟

- ب. برای تولید درخت پوشای مینیم
 - الف. فقط برای تشخیص همبندی
 - ج. برای تشخیص درخت بودن
 - د. هیچکدام
۳۰. اگر G یک درخت با n رأس باشد در اینصورت G دارای چند یال است؟

- د. چیزی نمی‌توان گفت.
- ب. $n-1$
- ج. n
- الف. $n+1$

۳۱. در یک درخت با افزودن یک یال بین دو رأس غیرمجاور
الف. هیچ دوری بوجود نمی‌آید. ب. دقیقاً یک دور بوجود می‌آید. ج. دو دور بوجود می‌آید. د. چیزی نمی‌توان گفت.

۳۲. گراف همبند و هامنی $(V, E) = G$ دارای ۱۰ رأس بوده و صفحه را به ۵ ناحیه تقسیم کرده است. G چند یال دارد؟

۱۱.۴

۱۳.۷

۱۵.۷

۱۷.۷

۳۳. اگر $G = (V, E)$ یک گراف بی‌سوی همبند، هامنی و بدون حلقه با ۲۰ رأس باشد حداقل تعداد یالهای G کدام است؟
د. چیزی نمی‌توان گفت.

۵۴.۷

۶۰.۷

۶۶.۷

۳۴. کدام یک از روابط زیر روی Z یک ترتیب جزئی است؟

$$aRb \Leftrightarrow a \leq b \quad aRb \Leftrightarrow a > b \quad aRb \Leftrightarrow a | b \quad aRb \Leftrightarrow a | b^3$$

۳۵. در جبر بول دوگان عبارت $\bar{a} + \bar{b}$ کدام است؟

$$(\bar{a} + 1).b \quad (\bar{a} + 0).b \quad (a + 0).\bar{b} \quad (a + 1).\bar{b}$$

۳۶. گراف کامل K_n چند دور هامیلتونی دارد که هیچکدام دارای یال مشترکی نباشد؟

۱۱.۱

$\frac{n+1}{2}$

$\frac{n-1}{2}$

$\frac{n}{2}$

۳۷. الگوریتم DFS بمنظور تشخیص بکار می‌رود.

د. هیچکدام

ج. همبندی

الف. مسیر هامیلتونی ب. دور اویلری

۳۸. رشته تولید شده ازتابع مولد زیر کدام است؟

۱,-۳,۹,-۲۷,...

الف., $3^3, 3^3, 3^3$

-3,9,-27,...

ج., $3^3, 3^3, 3^3$

۳۹. اگر R, S دو رابطه هم ارزی در مجموعه A باشد کدام گزینه درست است؟

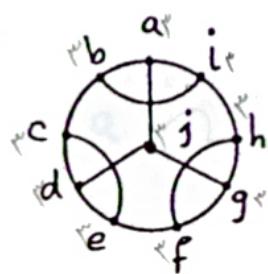
الف. بزرگترین رابطه هم ارزی شامل R, S رابطه $R \cup S$ است.

ب. بزرگترین رابطه هم ارزی شامل R, S رابطه $(R \cup S)^{\infty}$ است.

ج. کوچکترین رابطه هم ارزی شامل R, S رابطه $R \cap S$ است.

د. کوچکترین رابطه هم ارزی شامل R, S رابطه $(R \cup S)^{\infty}$ است.

۵. کدام جمله در مورد گراف زیر صحیح می‌باشد؟



- الف. دارای مدار اویلری و دور هامیلتونی می‌باشد.
- ب. دارای مدار اویلری می‌باشد ولی دور هامیلتونی ندارد.
- ج. موارد اویلری نداری ولی دارای دور هامیلتونی می‌باشد.
- د. مدار اویلری ندارد و دور هامیلتونی نیز ندارد.