

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

برای دریافت سوالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

۱. $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$ برابر است با:

- الف. ۱ ب. -۱ ج. ۰ د. وجود ندارد.

۲. کدام یک از توابع زیر موزون نمی‌باشند؟

- الف. $x^2 + y^2$ ب. $x^2 - y^2$ ج. xy د. $e^x \cos y$

۳. در مورد تابع $f(z) = |z|^2$ کدام گزینه صحیح است؟

- الف. در همه نقاط صفحه مختلط تحلیلی است.
ب. در هیچ نقطه از صفحه مختلط تحلیلی نیست.
ج. تنها در نقطه $z = 0$ تحلیلی است.
د. روی محور حقیقی تحلیلی است.

۴. دوره تناوب تابع $\sinh z$ برابر است با:

- الف. 2π ب. π ج. $2\pi i$ د. تابع $\sinh z$ یک تابع متناوب نیست.

۵. مقدار اصلی $\text{Ln}(ie)$ برابر است با:

- الف. $\frac{i\pi}{2}$ ب. $1 + \frac{i\pi}{2}$ ج. $1 - \frac{i\pi}{2}$ د. $e + \frac{i\pi}{2}$

۶. مقدار انتگرال $\int_C \frac{dz}{z}$ در جاییکه C نیمدایره سمت راست دایره واحد در جهت مثلثاتی از $-i$ به i است، کدام است؟

- الف. $2 \ln i$ ب. $\text{Ln}(-1)$ ج. $i\pi$ د. صفر

۷. حاصل انتگرال $\int_C \frac{e^{z^2} dz}{z^2}$ که در آن C دایره واحد است برابر است با:

- الف. $2\pi i$ ب. πi ج. 2π د. ۰

۸. سری توانی مربوط به تابع $\text{Ln}(1-z)$ در اطراف نقطه $z = 0$ با کدام شرط همگراست؟

- الف. $|z| < 1$ ب. $|z| > 1$ ج. $|1-z| < 1$ د. $|1-z| > 1$

۹. مانده $\frac{\sinh z}{z^3}$ در نقطه $z = 0$ برابر است با:

- الف. ۲ ب. ۱ ج. ۰ د. -۱

۱۰. کدام تبدیل دو خطی نقاط 0 و -1 و 1 را به ترتیب بر نقاط -1 و 0 و 1 تصویر می‌کند؟

- الف. $w = \frac{1}{z}$ ب. $w = \frac{z+1}{3z-1}$ ج. $w = \frac{z}{z+1}$ د. $w = \frac{z}{z-1}$

۱۱. نگاشت $w = e^z$ ، نیم صفحه $x \geq 0$ را به کدام ناحیه تصویر می‌کند؟

الف. $|w| > 0$ ب. $|w| \leq 1$ ج. $|w| \geq 0$ د. $|w| \geq 1$

۱۲. هرگاه $f(x) = \begin{cases} x & -\pi < x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & x = 0 \\ x - \pi & 0 < x < \pi \end{cases}$ یک تابع متناوب با دوره تناوب 2π باشد مقدار بسط سری فوریه تابع در $x = \pi$ برابر است با:

الف. π ب. $-\frac{\pi}{2}$ ج. $+\frac{\pi}{2}$ د. $-\pi$

۱۳. معادله لاپلاس $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$ کدام معادله است؟

الف. هذلولی گون ب. دایره ج. سهمی گون د. بیضی گون

۱۴. یک جواب حاصل ضربی برای معادله $U_x - 2U_y = 0$ عبارتست از:

الف. $U(x, y) = e^{x+2y}$ ب. $U(x, y) = e^{x-2y}$

ج. $U(x, y) = e^{x^2+y^2}$ د. $U(x, y) = e^{x^2y^2}$

۱۵. معادله موج $U_{tt} = C^2 U_{xx}$ به روش دالامبر با تغییر متغیر به کدام معادله زیر تبدیل می‌شود؟

الف. $U_{\alpha\beta} + U = 0$ ب. $U_{\alpha\beta} = 0$

ج. $U_{xx} = 0$ د. $U = f(x).g(t)$

۱۶. انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ برابر است با:

الف. $\frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha \cos \alpha}{\alpha} d\alpha$ ب. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\alpha} d\alpha$

ج. $\frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\alpha} d\alpha$ د. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\alpha} d\alpha$

۱۷. با توجه به انتگرال فوریه $f(x)$ در سؤال قبل مقدار: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ برابر است با:

- الف. π ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. $\frac{\pi}{4}$ د. $\frac{\pi}{8}$

۱۸. با استفاده از تبدیل $z = x + y$ و $v = x$ جواب معادله دیفرانسیل $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} = 0$ برابر است با:

الف. $U(x, y) = xf(x+y) + g(x+y)$ ب. $U(x, y) = (x+y)f(x)$

ج. $U(x, y) = yf(x+y) + xg(x+y)$ د. $U(x, y) = f(x+y) + g(x-y)$

۱۹. تبدیل فوریه کسینوسی تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ برابر است با:

الف. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\alpha \sin \alpha - \cos \alpha}{\alpha^3} \right)$ ب. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\alpha \cos \alpha - \sin \alpha}{\alpha^3} \right)$

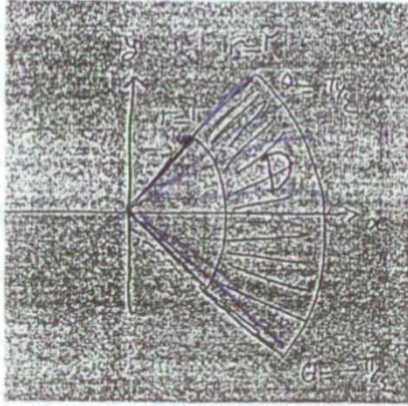
ج. $2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\alpha \cos \alpha - \sin \alpha}{\alpha^3} \right)$ د. $2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\alpha \sin \alpha - \cos \alpha}{\alpha^3} \right)$

۲۰. با استفاده از تابع مختلط مقدار انتگرال حقیقی $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3}$ برابر است با:

- الف. $\frac{8\pi}{3}$ ب. $\frac{2\pi}{3}$ ج. $\frac{3\pi}{8}$ د. $\frac{3\pi}{2}$

سوالات تشریحی

۱. $W = \frac{i}{z}$ ناحیه D در صفحه Z ها را به کدام ناحیه در صفحه W تصویر می‌کند.



۲. مقادیر انتگرال‌های مختلط زیر را بدست آورید.

الف. $\int_C \frac{\sin z dz}{z^4}$ که در آن C دایره واحد به مرکز مبدأ مختصات می‌باشد.

ب. $\int_C \frac{(z^3 + 1) dz}{z(z^2 + 1)}$ که در آن دایره $|z| = 2$ می‌باشد.

۳. با استفاده از بسط سری لوران $f(z) = \frac{1}{z} \cosh\left(\frac{1}{z}\right)$ مانده تابع $f(z)$ داده نقطه $z = 0$ بدست آورد، و سپس مقدار

$$\int_C f(z) dz$$

را پیدا کنید (C دایره ایست که مرکز مبدأ و شعاع $r > 0$)

۴. نشان دهید که تابع متناوب $f(x) = x^2$ ، $-\pi \leq x \leq \pi$ دارای بسط سری فوریه زیر است.

$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} - \frac{4}{\pi} \left(\cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{9} \cos 3x - \dots \right)$$

۵. معادله موج با شرایط اولیه زیر را به روش جداسازی متغیرها حل کنید:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = x \\ u_t(x, 0) = k \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

دامیک از اعداد زیر ریشه‌ای از معادله $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z = 15$ می‌باشد؟

- الف. $1+i$ ب. $1-i$ ج. $1+2i$ د. $1-i$

معادله $\left| \frac{z+1}{z-1} \right| = 2$ در اعداد مختلط نشان دهنده چه شکلی است؟

- الف. خط راست ب. دایره ج. هذلولی د. بیضی

رگه $u(x, y) = 2x(1-y)$ باشد. تابع تحلیلی $f(z) = u + iv$ کدام است؟

- الف. $z^2 - iz$ ب. $z^2 + iz$ ج. $iz^2 - 2z$ د. $iz^2 + 2z$

دامیک از توابع زیر نام می‌باشند؟

- الف. $\sin(e^z)$ ب. $\frac{e^z}{z^2 + 3}$ ج. $\frac{1}{e^z - 1}$ د. $\frac{\sqrt[3]{z-4}}{z^2 + 1}$

دار اصلی $(1+i)^{2-i}$ کدام است؟

- الف. $re^{\frac{\pi}{2}} (\sin(Ln\sqrt{r}) + i \cos(Ln\sqrt{r}))$ ب. $e^{\frac{3\pi}{2}} (\sin(Ln\sqrt{r}) + i \cos(Ln\sqrt{r}))$

- الف. $e^{\frac{\pi}{2}} (\sin(Lnr) + i \cos(Lnr))$ ب. $e^{\frac{\pi}{2}} (\sin(Ln\sqrt{r}) - i \cos(Ln\sqrt{r}))$

مویز ناحیه $\{z : |z-1| < 1, \text{Im } z > 0\}$ تحت تبدیل $w = \frac{z}{z-2}$ کدامیک از نواحی زیر است؟

- الف. ربع اول ب. ربع دوم ج. ربع سوم د. ربع چهارم

گاه $f(z) = y - x - 3x^2i$ بصورت $z(t) = t + it^2$ تعریف شود. آنگاه $\int_C f(z) dz$ برابر است با:

- الف. $5 - 4i$ ب. $\frac{5}{6} - \frac{4}{3}i$ ج. $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}i$ د. $5 + 4i$

ی. لوران تابع $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ در دامنه $|z| < 1$ کدام است؟

$$f(z) = \left(-\frac{1}{z} - \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z^3} - \dots\right) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{4} + \dots\right)$$

$$f(z) = (1 + z + z^2 + \dots) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{4} + \dots\right)$$

$$f(z) = \left(-\frac{1}{z} - \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z^3} - \dots\right) + \left(1 + \frac{2}{z} + \frac{4}{z^2} + \dots\right)$$

$$f(z) = (1 + z + z^2 + \dots) + \left(1 + \frac{2}{z} + \frac{4}{z^2} + \dots\right)$$

۹. مانده $w = \csc^2 z$ در $z = 0$ برابر است با:

- الف. π ب. ۱ ج. πi د. صفر

۱۰. $z = 0$ نقطه تکین رفع شدنی کدام نگاشت نمی باشد؟

- الف. $w = \frac{\sin z}{z}$ ب. $w = \frac{z - \tan z}{z^3}$ ج. $w = \frac{\ln(1+z)}{z}$ د. $w = \frac{\cos z}{z}$

۱۱. انتگرال $\int_{|z|=5} \frac{dz}{z(z+2)(z+4)}$ برابر است با:

- الف. صفر ب. $2\pi i$ ج. πi د. $2+i$

۱۲. حاصل $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$ برابر است با:

- الف. $\frac{\pi}{2}$ ب. $\frac{\pi}{3}$ ج. $\frac{\pi}{6}$ د. صفر

۱۳. اگر بسط فوری تابع $f(x) = x^p$, $-\pi < x < \pi$, $p = 2\pi$ برابر $\frac{\pi^p}{3} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p} \cos nx$ باشد. با توجه

به تساوی پارسوال مقدار عددی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ برابر کدام گزینه است؟

- الف. $\frac{\pi^p}{9}$ ب. $\frac{\pi^p}{45}$ ج. $\frac{\pi^p}{90}$ د. $\frac{\pi^p}{15}$

۱۴. تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 2 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ با $f(x+2\pi) = f(x)$ را در نظر می گیریم. سری فوری مثلثاتی f در

$x = 2\pi$ به چه مقداری همگراست؟

- الف. ۱ ب. ۰ ج. ۴ د. $\frac{1}{2}$

۱۵. هرگاه $f(x) = |x|$, $-\pi < x < \pi$, $p = 2\pi$ باشد، با توجه به سری فوری $f(x)$ مقدار سری

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^r} \text{ برابر است با:}$$

الف. $\frac{\pi^r}{4}$ ب. $\frac{\pi^r}{8}$ ج. $\frac{\pi^r}{12}$ د. $\frac{\pi^r}{16}$

۱۶. انتگرال فوری $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$ با $f(-x) = f(x)$ عبارتست از:

الف. $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2w \sin wx}{w} dw$ ب. $\int_0^{\infty} \frac{\sin w \sin wx}{w} dw$

ج. $\int_0^{\infty} \frac{\sin w \cos wx}{w} dw$ د. $\int_0^{\infty} \frac{\cos w \cos wx}{w} dw$

۱۷. در معادله انتگرالی $\int_0^{\infty} f(w) \cos wx dw = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$ ، $f(w)$ برابر است با:

الف. $\frac{2}{\pi} \left(\frac{1 - \cos w}{w^2} \right)$ ب. $\frac{2}{\pi} \left(\frac{1 + \cos w}{w^2} \right)$

ج. $\frac{2}{\pi} \left(\frac{\cos w - 1}{w^2} \right)$ د. $\frac{2}{\pi} \left(\frac{2 \sin w}{w} + \frac{1 - \cos w}{w^2} \right)$

۱۸. تبدیل فوری کسینوسی تابع $w = e^{-rx}$ برابر است با:

الف. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{w^2 + 4}$ ب. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 + 4}$ ج. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 - 4}$ د. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w^2 + 4}$

۱۹. جواب معادله $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$ عبارتست از:

الف. $f(x+y) + xg(x+y)$ ب. $xf(x+y) + yg(x+y)$
ج. $f(x+y) + xg(x-y)$ د. $f(x+y) + g(x-y)$

۲۰. معادله $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x - y$ از چه نوع می‌باشد؟

الف. سهمی ب. بیضوی ج. هذلولوی د. سهمی و بیضوی

سؤالات تشریحی

۱. الف. تبدیل خطی کسری بیابید که نقاط $\frac{1}{2}, 1, 3$ را به ترتیب روی $\infty, 4, \frac{6}{5}$ بنگارد.

ب. تصویر ناحیه $-\pi < x < \pi, 1 < y < 2$ را تحت نگاشت $w = \sin z$ بیابید.

۲. الف. سری لوران تابع $f(z) = \frac{1}{z^2 \sin z}$ را نوشته و مانده آنرا در $z = 0$ بدست آورید.

ب. با استفاده از مانده‌ها حاصل $\int_{|z|=1} e^{-\frac{1}{z}} \sin\left(\frac{2}{z}\right) dz$ را بدست آورید.

۳. حاصل $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2 + 4)^2} dx$ را محاسبه کنید.

۴. انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} \pi e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ را بدست آورید و به کمک آن نشان د

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x + x \sin x}{1 + x^2} dx = \frac{\pi}{e}$$

۵. با استفاده از تبدیلات فوریه مسئله گرمای زیر را حل کنید:

$$u_{xx} = u_t \quad x > 0, t > 0$$

$$u(0, t) = 0$$

$$u(x, 0) = e^{-x}$$

$$|u(x, t)| < M$$

۱. اگر $z = 3 - 4i$ باشد، آنگاه $|\bar{z}|^4$ کدام است؟

الف. ۲۵
ب. ۶۲۵
ج. $\frac{1}{25}$
د. $\frac{1}{625}$

الف. ۲۵
ب. ۶۲۵
ج. $\frac{1}{25}$
د. $\frac{1}{625}$

۲. کدام گزینه معادله دایره در دستگاه مختلط است؟

الف. $(z + \bar{z})^2 = 1$
ب. $z^2 + \bar{z}^2 = 1$
ج. $\bar{E}z + E\bar{z} + C = 0$
د. $Az\bar{z} + \bar{E}z + E\bar{z} + D = 0$

الف. $(z + \bar{z})^2 = 1$
ب. $z^2 + \bar{z}^2 = 1$
ج. $\bar{E}z + E\bar{z} + C = 0$
د. $Az\bar{z} + \bar{E}z + E\bar{z} + D = 0$

۳. معادله $z^5 + 32 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

الف. یک
ب. سه
ج. ۵
د. صفر

الف. یک
ب. سه
ج. ۵
د. صفر

۴. غلطگر گرادیان ∇ کدام است؟

الف. $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y}$
ب. $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}$
ج. $\nabla = \frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial x}$
د. $\nabla = \frac{\partial}{\partial y} + i \frac{\partial}{\partial x}$

الف. $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y}$
ب. $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}$
ج. $\nabla = \frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial x}$
د. $\nabla = \frac{\partial}{\partial y} + i \frac{\partial}{\partial x}$

۵. کدام تابع تحلیلی در $z_0 = 0$ است؟

الف. $f(z) = |\bar{z}|$
ب. $f(z) = \overline{(z)}$
ج. $f(z) = (\bar{z})^{-1}$
د. $f(z) = \text{Re}(\bar{z})$

الف. $f(z) = |\bar{z}|$
ب. $f(z) = \overline{(z)}$
ج. $f(z) = (\bar{z})^{-1}$
د. $f(z) = \text{Re}(\bar{z})$

۶. کدامیک از توابع زیر همساز است؟

الف. $\cos x \sin y$
ب. $\cosh x \sin hy$
ج. $e^x \sin y$
د. $e^{-x} \sin hy$

الف. $\cos x \sin y$
ب. $\cosh x \sin hy$
ج. $e^x \sin y$
د. $e^{-x} \sin hy$

۷. کدام تابع تک مقداری است؟

الف. $\ln(e^{\bar{z}})$
ب. $\sqrt{c^z}$
ج. $e^{\ln z}$
د. $\sin h(\bar{z})$

الف. $\ln(e^{\bar{z}})$
ب. $\sqrt{c^z}$
ج. $e^{\ln z}$
د. $\sin h(\bar{z})$

۸. کدام اتحاد بین توابع مثلثاتی و هذلولوی مختلط برقرار است؟

الف. $\cos h(iz) = i \cos(z)$
ب. $\cos(iz) = \cos h(z)$
ج. $\sin(iz) = -i \sin h(z)$
د. $\sin h(iz) = \sin(z)$

الف. $\cos h(iz) = i \cos(z)$
ب. $\cos(iz) = \cos h(z)$
ج. $\sin(iz) = -i \sin h(z)$
د. $\sin h(iz) = \sin(z)$

۹. حاصل انتگرال $\int_C \frac{dz}{z - z_0}$ روی دایره $C: |z - z_0| = r$ کدام است؟

- الف. $2\pi i$ ب. $2\pi r i$ ج. $\frac{2\pi i}{r}$ د. صفر

۱۰. حاصل $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos x dx$ کدام است؟

- الف. $e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\pi}$ ب. $\frac{e^{+\frac{1}{2}} \sqrt{\pi}}{2}$ ج. $e^{\frac{1}{2}} \sqrt{\pi}$ د. $\frac{e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\pi}}{2}$

۱۱. حاصل $\int_C \frac{e^{z^2}}{z - 2} dz$ روی دایره $C: |z - 2| = 1$ کدام است؟

- الف. $2\pi i e^i$ ب. $2\pi i e$ ج. $2\pi i e^{-1}$ د. $2\pi i e^{-i}$

۱۲. حاصل انتگرال های فریل $\int_0^{\infty} (\sin bx)^2 dx = \int_0^{\infty} (\cos bx)^2 dx$ کدام است؟

- الف. $\sqrt{\frac{2\pi}{b}}$ ب. $\sqrt{\frac{8\pi}{b}}$ ج. $\sqrt{\frac{\pi}{2b}}$ د. $\sqrt{\frac{\pi}{8b}}$

۱۳. کدام قضیه معکوس قضیه کوشی - گورسا می باشد؟

- الف. قضیه انتگرال کوشی ب. قضیه گارس
ج. قضیه مورآ د. قضیه لیوویل

۱۴. اگر z_0 یک قطب مرتبه سوم برای تابع $f(z)$ باشد، در این صورت مانده A در آن از کدام رابطه محاسبه می شود؟

- الف. $\frac{1}{2!} \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^2}{dz^2} (z - z_0)^3 f(z)$ ب. $\frac{1}{3!} \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^3}{dz^3} (z - z_0)^3 f(z)$

- ج. $\frac{1}{2!} \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^2}{dz^2} (z - z_0)^2 f(z)$ د. $\frac{1}{3!} \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^3}{dz^3} (z - z_0)^3 f(z)$

۱۵. مانده تابع $f(z) = \frac{\cos z}{(\ln z - 1)^2}$ در $z = e$ کدام است؟

الف. $e(\sin e - e \cos e)$ ب. $e^{-1}(\sin e + e \cos e)$

ج. $e^{-1}(\cos e + e \sin e)$ د. $e(\cos e - e \sin e)$

۱۶. سری فوریه تابع $f(x) = \cos 4x$ در فاصله $0 < x < \pi$ کدام است؟

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 4nx}{n}$ ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 4nx}{n}$ ج. $4 \cos x$ د. $\cos 4x$

۱۷. اگر ضرایب سری فوریه نمایی تابع $f(x)$ با دنباله C_n داده شده باشند، ضرایب سری فوریه نمایی تابع $f(x-t)$ کدام خواهد بود؟

الف. $d_n = c_n$ ب. $d_n = c_n e^{-in\pi t}$

ج. $d_n = c_n e^{in\pi t}$ د. $d_n = c_n e^{-in\pi t}$

۱۸. اگر ضرایب سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x)$ با دنباله های a_n ، b_n معلوم باشند، ضرایب سری فوریه نمایی $f(x)$ با کدام دنباله داده می شوند؟

الف. $c_n = \frac{a_n + ib_n}{2}$ ب. $c_n = \frac{b_n - ia_n}{2}$

ج. $c_n = \frac{a_n - ib_n}{2}$ د. $c_n = \frac{b_n + ia_n}{2}$

۱۹. کدام گزینه تبدیل فوریه $f(x)$ را نمایش می دهد؟

الف. $F(f) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) e^{i\alpha t} dt$

ب. $F(f) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) e^{-i\alpha t} dt$

ج. $F(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\alpha t} dt$

د. $F(f) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\alpha t} dt$

۲۰. کدام معادله بیضی وار است؟

الف. $u_{xx} + u_{yy} = R$

ج. $u_{xy} = R$

ب. $u_{xx} = R$

د. $u_{xx} - u_{yy} = R$

سوالات تشریحی:

۱. اگر z_1, z_2, z_3 اعدادی مختلط با طول مساوی باشند و حاصلجمع آنها صفر باشد، ثابت کنید:

ب. $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$

الف. $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} = 0$

۲. ثابت کنید تابع $u = e^{-y}(x \sin x + y \cos x)$ همساز است. و سپس تابع v مزدوج همساز آن را چنان بیابید که به کمک آن یک تابع تحلیلی $f(z)$ ساخته شود.

۳. انتگرالهای مختلط زیر را محاسبه کنید:

الف. $\oint_c \frac{e^z}{z^3} dz$ $c: |z|=r$

ب. $\oint_c \frac{\sin z}{z^{2n}} dz$ $c: |z|=1$

۴. ابتدای سری فوریه تابع متناوب $f(x)$ با ضابطه $f(x) = x, x \in (-\pi, \pi)$ را بیابید.

سپس به کمک آن سری فوریه تابع متناوب $g(x)$ با ضابطه $g(x) = 2x^2 - 1, x \in (-\pi, \pi)$ را محاسبه کنید.

۵. مسئله مقدار مرزی زیر را به کمک روش جدا سازی متغیرها حل کنید:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & , 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = x & , 0 \leq x \leq \pi \\ u_t(x, 0) = k & , 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$