

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

برای دریافت سوالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

وقتی استوانه $y = x^2$ حول محور y دوران می‌کند، معادله رویه حاصل کدام است؟

الف. $y = x^2 - z^2$

ب. $y^2 = x^2 + z^2$

ج. $y = x^2 + z^2$

د. $x = y^2 - z^2$

صورت استوانه‌ای معادله $xy = 1$ کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

الف. $r^2 \sin^2 \theta = 2$

ب. $r^2 \sin 2\theta = 2$

ج. $2r \sin 2\theta = 1$

د. $2r \cos 2\theta = 1$

مختصات کروی نقطه‌ای $(4, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ است مختصات استوانه‌ای آن کدام است؟

الف. $(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2})$

ب. $(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 1)$

ج. $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 1)$

د. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{4}, 1)$

رویه به معادله $\rho = 4 \sec \phi$ معرف کدام یک از رویه‌های زیر است؟

الف. کره $\rho = 4$

ب. نیم صفحه $z = 4$

ج. کره $\rho = 4$

د. نیم صفحه $z = 4$

نمودار معادله پارامتری $f: R \rightarrow R^2$ با ضابطه $f(t) = (2t^2 + 1, t^2 + 1)$ کدام یک از عبارات زیر است؟

الف. نیم خط $2y - x = 1$

ب. خط $x + 2y = 1$

ج. نیم خط $x - 2y = 1$

د. نیم خط $2y + x = 1$

کدام یک از خمهای زیر که معادله پارامتری آنها داده شده از دو خط راست تشکیل می‌شود؟

الف. $z = t, x = \cos t, y = \sin t$

ب. $z = 2 \sin t, x = \cos t, y = \frac{1}{2} \sin t$

ج. $x = 4 \cos t, y = 4 \sin t, z = 4 \cos t$

د. $x = t^2 + 1, y = 2t, z = t$

۷. طول خم $f(t) = (t^3, t^2, t)$ وقتی $t \in [-1, 1]$ کدام است؟

الف $\frac{1}{27}$
ب. این خم هموار نیست و بنابراین نمی‌توان طول آنرا محاسبه کرد.

ج $\frac{1}{3\sqrt{3}}$
د $\frac{1}{9}$

۸. انحناى دایره $x^2 + y^2 = a^2$ کدام است؟

الف a ب. $2a$ ج. $-\frac{1}{a}$ د. $\frac{1}{a}$

۹. کدامیک از توابع زیر در نقطه داده شده دارای حد است؟

الف $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ در $A = (0, 0)$ ب. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^2}$ در نقطه $A = (0, 0)$

ج $\frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$ در نقطه $(0, 1)$ د. $\frac{x - y}{x + y}$ در نقطه $(0, 0)$

۱۰. رویه تراز نمودار تابع $f: R^3 \rightarrow R$ با ضابطه $f(x, y, z) = -x^2 - y^2 + z^2$ در نقطه

$C = 3$ $(f(x, y, z) = 3)$ کدامیک از عبارات زیر است؟

الف هذلولیوار دو پارچه ب. بیضیوار
ج هذلولیوار یک پارچه د. مخروط

۱۱. معادله صفحه مماس بر رویه $z = x^2 + y^2$ در نقطه $(3, 4, 25)$ کدام است؟

الف $6x + 8y + z = 25$ ب. $6x + 8y - z = 25$

ج $8x + 6y - z = 25$ د. صفحه مماس در این نقطه وجود ندارد

۱۲. مشتق سونی تابع $f(x, y, z) = e^x \cos yz$ در نقطه $(0, 0, 0)$ در سوی بردار $A = \tau i + j - \tau k$ کدام

است؟

الف $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{2}{3}$ ج. $-\frac{1}{3}$ د. $\frac{4}{3}$

۱۳. حجم ناحیه محصور به صفحات مختصات و صفحه $x + y + z = 1$ کدام است؟

الف $\frac{1}{2}$ ب. $\frac{1}{3}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{6}$

۱۴. انتگرال دوگانه تابع f روی ناحیه $y = x^2$, $x = y^2$ کدام یک از عبارات زیر است؟

الف $\int_0^1 \int_0^x f(x,y) dy dx$ ب $\int_0^1 \int_0^x f(x,y) dx dy$

ج $\int_0^1 \int_{x^2}^x f(x,y) dy dx$ د $\int_0^1 \int_x^{x^2} f(x,y) dy dx$

۱۵. مقدار $|J|$ در انتگرال سه گانه در تغییر متغیر از مختصات دکارتی به کروی کدام است؟ (J ژاکوبین تبدیل می باشد).

الف $r^2 \cos \phi$ ب $r^2 \sin^2 \phi$ ج $r^2 \sin \phi$ د $r \sin \phi$

۱۶. مقدار $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy dx$ برابر است با:

الف ۱ ب $\frac{\pi}{2}$ ج π^2 د 2π

۱۷. اگر C , $f(x,y,z) = x \cos z$ مسیر پیموده شده توسط تابع برداری $r(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j}$ برای

$0 \leq t \leq 1$ آنگاه $\int_C F ds$ کدام است؟

الف $\frac{5\sqrt{5}}{12} - \frac{1}{12}$ ب $\frac{5\sqrt{5}}{12}$

ج $5\sqrt{5} - \frac{1}{12}$ د ۰

۱۸. انتگرال $\int_C (1-x^2)y dx + x(1+y^2) dy$ که C مرز ناحیه D و در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شود کدام است؟

الف $\int_D \int (x^2 - y^2) dx dy$ ب $\int_D \int (x^2 + y^2) dx dy$

ج $\int_D \int (x^2 + y) dx dy$ د $\int_D \int (x + y^2) dx dy$

۱۹. اگر R ناحیه ای باشد که مرزش منحنی بسته ساده هموار C و مساحت آن برابر A واحد باشد آنگاه A کدام است؟

الف $A = \frac{1}{2} \oint y dx - x dy$ ب $A = \oint x dy - y dx$

ج $A = \frac{1}{2} \oint x dy - x dx$ د $A = \frac{1}{2} \oint x dy + x dx$

۲۰. فرمول مساحت رویه S نمودار تابع $f: D \rightarrow R^3$ کدام است؟

الف. $\int_D \int f(x, y) dx dy$ ب. $\int_D \int dx dy$

د. $\int_D \int \sqrt{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + 1} dx dy$

ع. $\int_D \int \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + 1} dx dy$

سوالات تشریحی:

۱. معادله دایره انحنای خم $y = e^x$ را در نقطه $(0, 1)$ بدست آورید.

۲. نمودار تابع $x = y^2 + z^2$ را رسم کنید.

۳. الف. اگر تابع f دارای مشتقات جزئی پیوسته باشد و $w = f(u, v)$ ، $u = (x + y)$ ، $v = x - y$ نشان دهید.

$$\frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2$$

ب. کوتاهترین فاصله مبدأ را از رویه $x^2 - z^2 - 1 = 0$ بدست آورید.

۴. اگر D ناحیه بین دو دایره $x^2 + y^2 = 1$ ، $x^2 + y^2 = 4$ در نیم صفحه بالا باشد مطلوبست محاسبه .

$$\iint_D \ln(x^2 + y^2) dy dx$$

۵. تابع پتانسیل میدان زیر را محاسبه کنید.

$$f(x, y, z) = (y^2 z^3 + \cos x)\vec{i} + (rxyz^3 - e^{-y})\vec{j} + (rxyz^2 - 1)\vec{k}$$

۱. فرض کنید $f: R^2 \rightarrow R$ به صورت $f(x, y) = x^2 - y^2$ در اینصورت f^{-1} کدام منحنی است؟

الف. خط $y = \pm x$ بیضی قائم ب. بیضی قائم ج. هذلولی قائم د. هذلولی افقی

۲. کدام تابع در نقطه $(0, 0)$ حد دارد؟

الف. $f(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$ ب. $f(x, y) = \frac{\sin xy}{x^2 + y^2}$

ج. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}$ د. $f(x, y) = \frac{x \sin y}{y \operatorname{Tg} x}$

۳. فرض کنید $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & x = y = 0 \end{cases}$ کدام گزینه در مورد تابع f ناصحیح است؟

الف. $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$ ب. $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$

ج. تابع f در $(0, 0)$ ناپیوسته است. د. $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ موجود نیست.

۴. فرض کنید $f(x, y) = \frac{1}{2}(|x| - |y| - |x| - |y|)$ در اینصورت کدام گزینه صحیح است؟

الف. $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$ ب. $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ وجود ندارد.

ج. $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = +\infty$ د. $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 1$

۵. فرض کنید $Z = f\left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)$ در اینصورت کدام گزینه درست است؟

الف. $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ب. $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

ج. $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ د. $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

۶. امتداد خط مماس بر منحنی $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9 \\ x = 1 \end{cases}$ در نقطه $(1, 1, 2)$ کدام است؟

الف. $\vec{a} = (0, -2, 3)$ ب. $\vec{a} = (1, 1, 2)$ ج. $\vec{a} = (1, 2, -4)$ د. $\vec{a} = (-1, -2, 3)$

۷. فرض کنید $Z = f(x, y)$ و \vec{u} بردار واحد باشد در اینصورت کدام گزینه درست است؟

ب. $Df = \vec{u} \cdot \overline{\text{grad}f}$

الف. $Df = \vec{u}$

د. $\overline{\text{grad}f} = \vec{u} \times Df$

ج. $\overline{Df} = \overline{\text{grad}f}$

۸. اگر بسط میکور مرتبه دوم تابع $f(x, y) = \sin(x+y) + \sin x + \sin y$ را حول نقطه $(0, \frac{\pi}{2})$ محاسبه کنیم در

این صورت ضریب جمله $(y - \frac{\pi}{2})^2$ کدام است؟

- الف. ۱ ب. -۲ ج. -۱ د. صفر

۹. تابع $f(x, y) = x^2 - y^2$ را در نقطه $(0, 0)$ در نظر بگیرید. نقطه $(0, 0)$ چه نوع نقطه‌ای است؟
الف. ماکزیمم نسبی ب. مینیمم نسبی ج. زین اسبی د. نقطه عادت

۱۰. ناحیه $D = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, \pi \leq \theta \leq 3\frac{\pi}{2}\}$ در صفحه R^2 معرف کدام ناحیه است؟

- الف. دایره به شعاع واحد و به مرکز $(0, 0)$
ب. نیم دایره واقع در ربع اول و دوم به شعاع واحد و به مرکز $(0, 0)$
ج. نیم دایره واقع در ربع سوم و چهارم به مرکز $(0, 0)$ و به شعاع ۱
د. ربع دایره واقع در ربع سوم به مرکز $(0, 0)$ و به شعاع واحد

۱۱. فرض کنید $x = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ در اینصورت $J(r, \theta)$ کدام است؟

- الف. r ب. r^2 ج. θ د. $r\theta$

۱۲. حاصل انتگرال $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin y}{xy} dy dx$ کدام است؟

- الف. ۱ ب. ۲ ج. π د. $-\pi$

۱۳. میدان $\vec{F}(x, y) = (y + 3x^2)\vec{i} + (x + 1)\vec{j}$ را در نظر بگیرید در اینصورت کدام گزینه صحیح است؟

- الف. میدان \vec{F} گرادیان نیست.
ب. میدان F گرادیان است و پتانسیل آن $f(x, y) = yx + c$ است.
ج. میدان گرادیان است و پتانسیل آن $f(x, y) = yx + x^3 + y^2 + A$ است.
د. پتانسیل دارد و پتانسیل آن $f(x, y) = yx + x^3 + y + A$ است.

۱۴. فرض کنید $r(u, v) = a \cos u \sin v \vec{i} + a \sin u \sin v \vec{j} + a \cos v \vec{k}$ در اینصورت $|\frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v}|$ کدام است؟

- الف. a^2 ب. $a^2 \sin V$ ج. $a^2 \cos V$ د. $a \sin V$

۱۵. فرض کنید $F(x, y, z) = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ در اینصورت $\text{Curl} \vec{F}$ کدام بردار است؟

- الف. $-\vec{x}\vec{i} + \vec{y}\vec{j}$ ب. $-\vec{x}\vec{i} - \vec{y}\vec{j} - \vec{z}\vec{k}$ ج. $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ د. $-\vec{x}\vec{i} - \vec{y}\vec{j} - \vec{z}\vec{k}$

۱۶. مشتق تابع $f(x) = (e^{1-x^2}, \ln x, 1 - x^2)$ در نقطه $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

- الف. $(e^{\frac{3}{4}}, \frac{1}{2}, -1)$ ب. $(-e^{\frac{3}{4}}, \frac{1}{2}, +1)$ ج. $(-e^{\frac{3}{4}}, \frac{1}{2}, -1)$ د. $(e^{\frac{3}{4}}, \frac{1}{2}, 1)$

۱۷. معادله استوانه که معادلات هادی آن $C \begin{cases} y = 4x^2 \\ z = 0 \end{cases}$ و مولد آن موازی خط $x = y = z$ باشد کدام است؟

- الف. $4x^2 + 4z^2 + z - y = 0$ ب. $4x^2 + 4z^2 + z = 0$
 ج. $4x^2 + 4z^2 - 8xz + z = 0$ د. $4x^2 + 4z^2 - 8xz + z - y = 0$

۱۸. مختصات استوانه‌ای نقطه $(-1, \sqrt{3}, 2)$ کدام نقطه است؟

- الف. $(2, \pi, 2)$ ب. $(2, 2, \frac{\pi}{3})$ ج. $(2, \frac{5\pi}{6}, 2)$ د. $(2, 4, \frac{\pi}{3}, 2)$

۱۹. معادله $\rho = 6 \sin \phi \sin \theta + 3 \cos \phi$ در دستگاه کروی کدام است؟

- الف. کره $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \frac{45}{4}$ ب. $x^2 + (y-3)^2 + (z - \frac{3}{2})^2 = \frac{45}{4}$
 ج. $y^2 + x^2 + (z-3)^2 = \frac{45}{4}$ د. $y^2 + z^2 + (x-3)^2 = \frac{45}{4}$

۲۰. برداریکه مماس بر منحنی $\vec{r}(t) = a(\cos t + \sin t)\vec{i} + a(\sin t - t \cos t)\vec{j}$ $0 \leq t \leq \pi$ کدام است؟

- الف. $\cos t \vec{i}$ ب. $\sin t \vec{j}$ ج. $(\cos t, \sin t)$ د. $a(\cos t, \sin t)$

سؤالات تشریحی

۱. ضابطه حرکت یک نقطه مادی عبارت است از:

$$\vec{R}(t) = a \cos t^2 \vec{i} + a \sin t^2 \vec{j} \quad t \geq 0$$

شتاب مؤلفه‌های مماسی و قائم آن را محاسبه کنید.

۲. معادله رویه دوار را که از دوران منحنی $y = x^2$ حول محور y ‌ها پدید می‌آید تعیین کنید.

۳. کوتاهترین فاصله مبدأ مختصات را از رویه $0 = x^2 - z^2 - 1$ پیدا کنید.

۴. فرض کنید $w = f(u, v)$ و $u = x + y$ و $v = x - y$ ثابت کنید.

$$\frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2$$

۵. انتگرال‌های زیر را حل کنید.

$$I = \int_0^1 \int_0^1 |y - x^2| dy dx$$

$$J = \iint_D e^{y+x} dx dy$$

(D ناحیه مثلثی محدود به خط $x + y = 2$ و محورهای مختصات است.)

* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^5$ کدام است؟

- الف. e^{-5} ب. $e^{\frac{2}{5}}$ ج. e^2 د. $e^{-\frac{5}{2}}$

۲. حاصل سری $\sum_{n=1}^{\infty} (3^{-n} + 5^{-n})$ کدام است؟

- الف. $\frac{2}{3}$ ب. $\frac{4}{3}$ ج. $\frac{3}{4}$ د. $\frac{3}{2}$

۳. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n^2}$ کدام است؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. ۲ د. $+\infty$

۴. شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{2}$ ب. ۲ ج. $\frac{3}{2}$ د. ۱

۵. اگر $\vec{v} = (3, 0, 1)$ و $\vec{w} = (2, 1, -2)$ آنگاه حاصلضرب برداری \vec{v} در \vec{w} برابر است با:

- الف. $(-1, 8, 3)$ ب. $(\frac{1}{2}, -4, -\frac{3}{2})$

- ج. $(1, -8, -3)$ د. $(-\frac{1}{2}, 4, \frac{3}{2})$

۶. فاصله بین دو صفحه به معادله های $2x - 3y + 5z = 6$ و $2x - 3y + 5z + 9 = 0$ کدام است؟

- الف. $\frac{3}{\sqrt{38}}$ ب. $\frac{3}{\sqrt{28}}$ ج. $\frac{15}{\sqrt{38}}$ د. $\frac{15}{\sqrt{28}}$

۷. معادله صفحه قائم بر خم $f(t) = ti + t^2 j + t^3 k$ در نقطه $(1, 1, 1)$ کدام است؟

- الف. $x + 2y + 3z = 6$ ب. $x - 2y + 3z = 6$

- ج. $-x + y + 3z = 6$ د. $-x - 2y + 3z = 6$

۸. نمودار معادله $x^2 + y^2 = z^2$ در فضا کدام است؟

- الف. مخروط ب. سهمی وار بیضوی ج. هذلولی وار یک پارچه د. هذلولی وار دو پارچه

۹. مکان هندسی نقاط ناپیوستگی تابع $f(x, y) = \frac{x-y}{xy-1}$ کدام است؟

۱۰. فرض کنید $f(x, y, z) = x^2 e^{y+z}$ حاصل $\frac{\partial z}{\partial y}$ کدام است؟

- الف. $2x$ ب. $2xe^{y+z}$ ج. $x^2 e^{y+z}$ د. $x^2 e^z$

۱۱. معادله صفحه مماس بر رویه $z = x^2 + y^2$ در نقطه $(1, 0, 1)$ کدام است؟

- الف. $2x - y - z = 1$ ب. $2x - y + z = -1$ ج. $2x - 2z = 1$ د. $2x - z = 1$

۱۲. مشتق جهتی تابع $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z$ در نقطه $(1, 0, 0)$ و در جهت گرادیان تابع f چقدر است؟

- الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. صفر

۱۳. حد تابع $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ وقتی $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ در کدام گزینه صدق می‌کند؟

- الف. حد برابر ۱- است. ب. حد برابر صفر است. ج. حد برابر ۱ است. د. حد وجود ندارد.

۱۴. اگر $f(x, y) = e^{xy} + \cos xy$ حاصل $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$ در نقطه $(1, 0)$ کدام است؟

- الف. e ب. $2e$ ج. ۱ د. ۲

۱۵. می‌تیم موضعی نسبی تابع $f(x, y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$ کدام است؟

- الف. ۸- ب. ۱۰- ج. ۱۲- د. ۱۴-

۱۶. $\int_0^1 \int_0^x xy \, dy \, dx$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{8}$ ب. $\frac{1}{12}$ ج. $\frac{1}{24}$ د. $\frac{1}{30}$

۱۷. انتگرال سؤال ۱۶ پس از تغییر ترتیب انتگرال‌گیری برابر است با:

- الف. $\int_0^1 \int_0^y xy \, dx \, dy$ ب. $\int_0^1 \int_0^x xy \, dx \, dy$ ج. $\int_0^1 \int_0^y xy \, dx \, dy$ د. $\int_0^1 \int_0^x xy \, dx \, dy$

۱۸. اگر $\vec{V} = x^3 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z \vec{k}$ وگرایی (divergence) \vec{V} در $(1, 1, 1)$ برابر است با:

- الف. ۳ ب. ۶ ج. ۲ د. ۰

۱۹. حاصل $\int_C (\sin^x x + e^{x^2}) dx + (\cos^y y - e^y) dy$ وقتی معادله C به صورت $x^2 + y^2 = 16$ باشد کدام است؟

الف. ۱- ب. صفر ج. ۱ د. ۲

۲۰. تابع $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ را در نظر بگیرید $\text{curl } \vec{R}$ برابر است با:

الف. \vec{i} ب. $\vec{0}$ ج. \vec{j} د. \vec{k}

مسئلات تشریحی

۱. خط L و صفحه π را در نظر بگیرید:

$$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{3}$$

$$\pi: 2x + 4y + z - 26 = 0$$

الف. آیا خط L و صفحه π متقاطع هستند؟

ب. زاویه بین آنها را بیابید.

۲. اگر بردار مکان یک ذره متحرک به صورت $\vec{R}(t) = \cos t(\vec{i} - \vec{j}) + \sin t(\vec{i} + \vec{j}) + \frac{1}{2}t\vec{k}$ باشد مطلوبست:

الف. بردار سرعت و مقدار سرعت در لحظه t

ب. بردار شتاب و مقدار شتاب

ج. بردار واحد معاس

د. انحنا مسیر

۳. فرض کنید $z = f\left(\frac{xy}{x^2 + y^2}\right)$ ثابت کنید $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

۴. نقطه بحرانی و نوع آن را برای تابع $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 6x + 8y - 1$ تعیین کنید

۵. اگر W ناحیه محصور به صفحات مختصات و صفحه $x + y + z = 1$ باشد حجم آن را محاسبه کنید.

* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. کدامیک از توابع زیر در $(0, 0)$ حد دارد؟

ب. $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

الف. $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$

د. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

ج. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

۲. معادله صفحه مماس بر رویه $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36} = 1$ در نقطه $(1, 1, 1)$ کدام است؟

ب. $16(x-1) + 9(y-1) + 4(z-1) = 0$

الف. $y-1 = \frac{-16}{9}(z-1) + \frac{4}{9}(x-1)$

د. $9(y-1) + \frac{9}{4}(z-1) + \frac{16}{9}(x-1) = 0$

ج. $9(x-1) + 16(y-1) + 36(z-1) = 0$

۳. مشتق سویی تابع $f(x, y, z) = e^{x-y+2z}$ در نقطه $(0, 0, 1)$ و در سوی بردار $A = \vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$ کدام است؟

د. $\frac{19e^2}{\sqrt{66}}$

ج. $\frac{17e^2}{\sqrt{66}}$

ب. $\frac{5e^2}{\sqrt{33}}$

الف. $\frac{13e^2}{\sqrt{66}}$

۴. کوهنوردی که در نقطه $(1, 1, 7)$ از قله‌ای به معادله $z = 9 - x^2 - y^2$ ایستاده است در چه جهتی حرکت کند تا سریعتر به قله برسد؟

د. $-\vec{i} - 2\vec{j}$

ج. $-\vec{i} - \vec{j}$

ب. $2\vec{i} - \vec{j}$

الف. $-2\vec{i} - 2\vec{j}$

۵. اگر $w = f(x, y)$ به طوری که $x = r - s$, $y = rs$ حاصل $\frac{\partial w}{\partial r}$ کدام است؟

د. ۰

ج. $\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y}$

ب. $2 \frac{\partial w}{\partial y}$

الف. $\frac{\partial w}{\partial x}$

۶. نقطه $(\frac{11}{3}, \frac{11}{3})$ برای تابع $f(x, y) = x^2 + y^3 - 4xy - 11y$ چه نوع نقطه‌ای است؟

د. هیچکدام

ج. زین اسبی

ب. مینیمم نسبی

الف. ماکسیمم نسبی

۷. حاصل انتگرال $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{3}x} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$ با کدام گزینه برابر است؟

ب. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\sec \theta} r^2 dr d\theta$

الف. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \int_0^r r^2 dr d\theta$

د. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \int_0^{\csc \theta} r^2 dr d\theta$

ج. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^r r^2 dr d\theta$

۸. کار انجام شده توسط نیروی $F(x, y) = (x^2 + y^2)\vec{i} + 3x^2y\vec{j}$ روی سهمی $y = x^2$ از $(-1, 1)$ تا $(2, 4)$ کدام است؟

د. $\frac{363}{5}$

ج. $\frac{365}{3}$

ب. $\frac{367}{9}$

الف. $\frac{363}{7}$

۹. اگر $r(t) = (1, 4t^2, 2)$ برای $0 \leq t \leq 1$ معادله یک فنر باشد که جرم مخصوص آن در نقطه (x, y, z) از رابطه

$$\sqrt{y}$$

$f(x, y, z) = e^z$ بدست می‌آید، جرم فنر کدام است؟

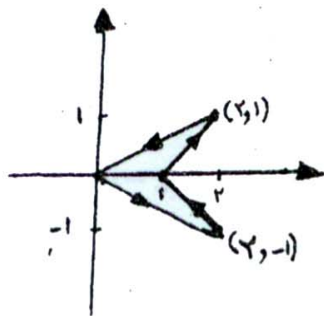
د. ۱۰

ج. ۸

ب. ۶

الف. ۴

۱۰. حاصل انتگرال $\int_C ydx - xdy$ که در آن C مرز شکل زیر است کدام است؟



الف. ۲-

ب. ۴-

ج. ۶-

د. ۰

۱۱. حاصل انتگرال رویه $\int_S \int F \cdot n ds$ برای میدان $F(x, y, z) = x\vec{i} + 2y\vec{j} + z\vec{k}$ که در آن S رویه محصور با

مثلی یا رئوس $(0, 0, 1)$ ، $(0, 1, 0)$ ، $(1, 0, 0)$ است کدام است؟

د. $\frac{3}{7}$

ج. $\frac{2}{3}$

ب. $\frac{2}{7}$

الف. $\frac{3}{5}$

۱۲. نگاشت $r(u, v) = (a \sin u \cdot \cos v, b \sin u \cdot \sin v, c \cos u)$ مبین چه رویه‌ای است؟

د. استوانه

ج. مخروط

ب. بیضی گون

الف. کره

۱۳. اگر میدان نیروی F از هر مرتبه دارای مشتقات جزئی پیوسته باشد و اگر S پوسته کره واحد باشد کدام گزینه درست

است؟

الف. $\int_S \int (\text{curl} F) \cdot n ds = \int_S \int \text{curl}(\text{curl} F) \cdot n ds$

ب. $\int_S \int \text{curl}(\text{curl} F) \cdot n ds = \int_S \int F \cdot n ds$

ج. $\int_S \int F \cdot n ds = \int_S \int (\text{curl} F) \cdot n ds$

د. $\int_S \int F \cdot n ds = \int_S \int \text{curl}(\text{curl}(\text{curl} F)) \cdot n ds$

۱۴. کدامیک از رویه‌های زیر دوار است؟

د. $2x^2 + y^2 = 4 - 2z^2$

ج. $y = z^2$

ب. $z = x^2 + 2y^2$

الف. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = \frac{z^2}{2}$

۱۵. معادله $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ معرف چه رویه‌ای است؟

الف. هذلولیوار یکپارچه ب. هذلولیوار دوپارچه ج. سهمیوار هذلولوی د. مخروط

۱۶. نمودار کدام گزینه یک مارپیچ است؟

ب. $z = 3t, y = \sin t, x = 2 \cos t$

الف. $z = t^3, y = t^2, x = t$

د. $z = \cos t, y = \sin t, x = \cos t$

ج. $y = \cos z, x^2 = 4y$

۱۷. پارامتری شده خم $f(t) = (e^t, 2e^t, 3)$ بر حسب طول خم کدام است؟

الف. $f(s) = \left(\frac{s + \sqrt{5}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{2s + \sqrt{5}}}{\sqrt{3}}, 3 \right)$

ب. $f(s) = \left(\frac{s + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{2s + 2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}, 3 \right)$

ج. $f(s) = \left(\frac{s + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}, \frac{2s + 2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, 3 \right)$

د. $f(s) = \left(\frac{s + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}, \frac{2s + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}, 3 \right)$

۱۸. انحنای خم $\begin{cases} 2x = t^2 + 2t \\ 2y = t^2 - 2t \end{cases}$ در $t = 0$ کدام است؟

د. $2 - \sqrt{2}$

ج. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب. $2\sqrt{2}$

الف. $\sqrt{2}$

۱۹. تاب خم $f(t) = (3t - t^3)\vec{i} + 3t^2\vec{j} + (3t + t^3)\vec{k}$ در $t = 0$ کدام است؟

د. ۱

ج. $\frac{1}{4}$

ب. $\frac{1}{3}$

الف. $\frac{1}{2}$

۲۰. کدام گزینه درست است؟

ب. $k = \frac{|f' \times f''|}{|f|^3}$

الف. $\frac{dB}{ds} = -\tau N$

د. $\frac{ds}{dt} = a_T$

ج. $a_N = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \cdot \left|\frac{df}{ds}\right|^2$

سؤالات تشریحی:

۱. الف. مقدار تقریبی عدد $(1/0.3)(0/99)(0/98)$ را بدست آورید.

ب. مشتق سویی تابع $f(x, y) = x^2 + xy^2 + 2y$ را در نقطه (x, y) و در سوی $U = \cos \frac{\pi}{4} \vec{i} + \sin \frac{\pi}{4} \vec{j}$ به کمک تعریف مشتق سویی بدست آورید.

۲. حجم جسم محصور به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ و سهمی گون $x^2 + y^2 = 3z$ که در داخل سهمی گون واقع است، در سیستم استوانه‌ای بدست آورید.

۳. مساحت ناحیه حاصل از برخورد صفحه $x + y + z = 1$ و استوانه بیضوی $x^2 + 2y = 1$ را بدست آورید.

۴. صحت قضیه استوکس را برای میدان برداری $F(x, y, z) = -2z \vec{i} + 3x \vec{j} + 4y \vec{k}$ برای رویه S به معادله $z = 1 - x^2 - y^2$ ، $z \geq 0$ بررسی کنید.

۵. برداریکه مماس، بردار قائم اصلی، انحناء و مولفه‌های مماسی و قائم شتاب را برای خم $f(t) = t \vec{i} + \frac{1}{2} t^2 \vec{j} + \frac{1}{3} t^3 \vec{k}$ در $t = 1$ بدست آورید.