

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

برای دریافت سوالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

روشهای محاسبات نیمسال اول ۸۲

۱. اگر n عدد طبیعی یک عدد n کوچکتر یا مساوی 10×10^{-n} در این صورت عدد مربوطه می تواند دارای چند رقم یا معنا صحیح باشد؟

- الف. $(n-1)$ رقم ب. n رقم ج. $(n+1)$ رقم د. رابطه‌ای وجود ندارد
۲. خطای نسبی تابع $y = e^x$ کدام است؟

- الف. $\frac{\Delta y}{y} = e^x \Delta x$ ب. $\frac{\Delta y}{y} = e^{\Delta x}$ ج. $\frac{\Delta y}{y} = \Delta x$ د. $\frac{\Delta y}{y} = \Delta y \cdot \Delta x$
۳. تعداد ریشه‌های معادله $f(x) = x^2 - 2^x$ کدام است؟

- الف. ۰ ب. ۱ ج. ۲ د. ۳
۴. شرط $1 < K < \infty, |g'(x)| < K$ در روش استفاده از $x = g(x)$ برای معادله $f(x) = 0$ یک شرط:
- الف. کافی است ب. لازم است ج. لازم و کافی است د. لازم و کافی نیست
۵. شرط کافی همگرایی روش نیوتن برای معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

$$\text{الف. } \left| \frac{f'(x) \cdot f''(x)}{f'(x)^2} \right| < 1$$

$$\text{ب. } \left| \frac{f(x) \cdot f''(x)}{(f'(x))^2} \right| < 1$$

$$\text{ج. } \left| \frac{f'(x) \cdot f(x)}{f''(x)} \right| < 1$$

$$\text{د. } \left| \frac{f(x) \cdot f''(x)}{f'(x)} \right| < 1$$

۶. شرط نیوتن برای ریشه‌های $f(x)$ همگرانی:

الف. مرتبه یک دارد.

ب. مرتبه دو دارد.

ج. مرتبه همگانی مشخص نیست.

د. همگرانی خطی دارد.

۷. برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار ویژه کدامند؟

- الف. $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 5$ ب. $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -5$ ج. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$ د. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2$

۸. برای ماتریس A بردارهای ویژه مضارب کدام بردارهای زیر می تواند باشند؟

- الف. $V_1 = (1, 2)$ ب. $V_1 = (-1, 2)$ ج. $V_1 = (1, -2)$ د. $V_1 = (-2, 1)$
- الف. $V_2 = (2, 1)$ ب. $V_2 = (-2, 1)$ ج. $V_2 = (1, 2)$ د. $V_2 = (1, 2)$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -2 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

۹. معادله مشخصه ماتریس A کدام است؟

- الف. $\lambda^3 + 15\lambda^2 - 68\lambda - 97 = 0$ ب. $\lambda^3 - 15\lambda^2 + 68\lambda - 97 = 0$
- ج. $\lambda^3 - 15\lambda^2 + 68\lambda + 97 = 0$ د. $\lambda^3 + 15\lambda^2 - 68\lambda + 97 = 0$

۱۰. برای تابع جدولی زیر چند جمله‌ای لاگرانژ $\phi_p(x)$ کدام است؟

x_i	-۱	۱	۲	۳
f_i	۰	۴	۱۰	۲۰

الف. $\frac{1}{3}(x^2 - 1)(x - 3)$ ب. $\frac{1}{3}(1 - x^2)(3 + x)$

ج. $\frac{1}{3}(x^2 - 1)(3 - x)$ د. $\frac{1}{3}(x^2 - 1)(3 + x)$

۱۱. برای جدول سوال ۱۰ درجه چند جمله‌ای درونیاب چند است؟

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. ۴

۱۲. برای تابع جدولی سوال ۱۰ مقدار $f[x_1, x_2, x_3]$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{4}$ ب. $\frac{1}{3}$ ج. ۱ د. ۲

۱۳. چند جمله‌ای درجه $n - m$ بی زیر با $n + 1$ نقطه معلوم کدام است؟

الف. $p(u) = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} (1-u)^{n-i} u^i p_i$

ب. $p(u) = \sum_{i=1}^n \binom{n+1}{i} (1-u)^{n-i} u^i p_i$

ج. $p(u) = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} (1-u)^{n+1-i} u^i p_i$

د. $p(u) = \sum_{i=1}^n \binom{n+1}{i} (1-u)^{n-i} u^{i+1} p_i$

۱۴. خط کمترین مربعات مربوط به تابع جدولی زیر کدام است؟

x_i	-۱	۰	۱	۲
y_i	-۱	۱	۱	۲

د. $y = 0.9x$

ج. $y = 0.3x$

ب. $y = 0.3x + 0.9$

الف. $y = 0.9x + 0.3$

۱۵. در روش اشتکال گیری بروش نیوتن - کوز دو نقطه‌ای با کدام یک از روش‌های اشتکال گیری زیر معادل است؟

الف. روش دوزنقه ب. روش سیمپسون ج. روش میانی د. روش رامبرگ

۱۶. روش اشتکال گیری سیمپسون جهت محاسبه اشتکال برای چند جمله‌ایها با چه درجه‌ای دقیق است؟ (یعنی خطا صفر است)

الف. تا درجه یک ب. تا درجه دو ج. تا درجه سه د. تا درجه چهار

۱۷. برای $\int_0^1 x^5 dx$ با $h = \frac{1}{2}$ مقدار T_1' در روش رامبرگ کدام است؟

الف. $\frac{32}{3}$ ب. $\frac{197}{16}$ ج. ۱۲ د. $\frac{43}{4}$

۱۸. در فرمول اشتکال گیری بروش دو نقطه‌ای گاوس مقادیر x_0, x_1 بترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

الف. $\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{-\sqrt{3}}{3}$ ب. $\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{+\sqrt{2}}{2}$ ج. ۱.۰ د. $1, -1$

۱۹. کدام معادله جواب صحیح چند جمله‌ای دوزناب لاگرانژ بین نقاط داده شده (x_i, f_i) $0 \leq i \leq n$ را بیان می‌کند؟

الف: $P_n(x) = \sum_{i=0}^n x_i f_i L_i(x)$ ب: $P_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i L_i(x)$

ج: $P_n(x) = \sum_{i=0}^n x_i L_i(x)$ د: $P_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i L_i(x)$

۲۰. با روش نیلور مرتبه ۴ و $h = 0.1$ برای معادله دیفرانسیل زیر $y(0.2)$ کدام است؟

$$\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

الف. $1/2428$ ب. $1/103$ ج. $1/1997$ د. $1/58134$

مسئله ۱ - تشریحی

۱. فرمول روش نیوتن را بدست آورید. (روی نمودار توضیح دهید) و سپس معایب و مزایای آنرا بیان کنید.
۲. بکمک جدول تفاضلات مستورد برای تابع جدولی زیر، چند جمله‌ای درونیاب آن را بیابید.

x_i	۱/۱۰	۲/۰۰	۳/۵۰	۵/۰۰	۷/۱۰
f_i	۰/۶۹۸۱	۱/۴۷۱۵	۲/۱۲۸۷	۲/۰۵۲۱	۱/۴۴۸۰

۳. دستگاه معادلات خطی زیر را بروش تکرار گاوس - سایدل با تقریب اولیه $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}) = (1, 1, 1)$ و با سه تکرار تقریب بزنید.

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 = 12 \\ -4x_1 + 12x_2 - 6x_3 = 0 \\ -6x_2 + 14x_3 = 0 \end{cases}$$

۴. معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} y' = x^2 + y \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

۵. مقدار $y(1.05)$ را بروش رانگه - کورتا مرتبه چهار تقریب بزنید.
۶. هم‌نمایی بروش لاک انز را توضیح دهید و فرمول آنرا بدست آورید.

۱. نمایش علمی (جزمال شده) عدد $A = (6/75)_1$ پس از تبدیل به مبنای ۲ کدام است؟

الف. $(1/1010)_2 \times 2^{-2}$ ب. $(0/11001)_2 \times 2^{-3}$

ج. $(0/10101)_2 \times 2^{-2}$ د. $(0/11011)_2 \times 2^{-3}$

۲. خطای برش در فرمول تقریبی $e^x \cong 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{10}}{10!}$ کدام است؟

الف. $E = \frac{x^{10}}{10!}$ ب. $E \leq \left| \frac{x^{11}}{11!} \right|$ ج. $E \leq \frac{x^{11}}{11!}$ د. $E \leq \left| \frac{x^{11}}{10!} \right|$

۳. اگر بین دو کمیت متغیر x و y رابطه $yx = 1$ برقرار باشد، چه رابطه‌ای بین خطاهای نسبی این متغیر برقرار است؟

الف. $r_y = -r_x$ ب. $r_y = +r_x$ ج. $r_y = \frac{-1}{(r_x)^2}$ د. $r_y \cdot r_x = 1$

۴. اگر در حل معادله $g(x) = x$ از روش تکرار تابعی، تابع $g(x)$ در شرط $0 < g'(x) < 1$ صدق کند، آنگاه دنباله

تکراری $x_{n+1} = g(x_n)$ است.

الف. به طور نزولی ب. به طور یکنواخت همگرا ج. به طور نوسانی همگرا د. واگرا

۵. شرط کافی برای همگرایی دنباله تکراری $x_{n+p} = \frac{x_n + x_{n+1}}{2}$ در روش نصف کردن فاصله برای حل معادله

$f(x) = 0$ آن است که ...

الف. f در بازه اولیه یکنوا باشد ب. f در بازه اولیه پیوسته و مختلف علامه باشد
ج. f در بازه اولیه مثبت باشد د. f در بازه اولیه تغییر علامت دهد.

۶. بین روشهای حل معادله $f(x) = 0$ ، کدام روشها بترتیب سرعت و دقت بیشتری را داراست؟

الف. تکرار تابعی، درون‌یابی اصلاح شده ب. درون‌یابی خطی، نیوتن
ج. نیوتن، درون‌یابی خطی د. تکرار تابعی، نیوتن

۷. از روش تجزیه LU در حل دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} AX = b \\ A = LU \end{cases}$...

الف. دو دستگاه خطی بالا مثلثی همگن $\begin{cases} LY = 0 \\ UX = 0 \end{cases}$ حاصل می‌شود.

ب. دو دستگاه خطی یکی بالا مثلثی و همگن $UX = 0$ و دیگری پایین مثلثی و غیرهمگن $LY = b$ حاصل می‌شود.

ج. دو دستگاه خطی غیرهمگن $\begin{cases} LY = b \\ UX = Y \end{cases}$ حاصل می‌شود.

د. دو دستگاه خطی، پایین مثلثی و همگن $LY = 0$ و دیگری بالا مثلثی و غیرهمگن $UX = c$ حاصل می‌شود.

۸ روش تجزیه LU در چه حالتی بیشتر کاربرد دارد؟

- الف. زمانی که دستگاه معادلات خطی همگن باشد
 ب. زمانی که A ماتریس ضرایب بالا مثلثی یا پائین مثلثی باشد
 ج. زمانی که A ماتریس ضرایب وارونپذیر باشد.
 د. زمانی که چند دستگاه همزمان با ضرایب عددی یکسان داده شده باشند
 ۹. کدامیک از روشهای زیر در حل دستگاههای معادلات خطی یک روش تقریبی محسوب می شود؟
 الف. گاوس - سیدل
 ب. حذفی گاوس - جوردن
 ج. تجربه چولسکی
 د. تجزیه LU

۱۰. مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ کدامند؟

الف. $\lambda = 11, -3, -2$
 ب. $\lambda = 10, 2, 3$

ج. $\lambda = 11, -2, 4$
 د. $\lambda = 9, -3, 2$

۱۱. درجه چند جمله ای درونیاب $P_n(x)$ از یک جدول داده های $(n+1)$ نقطه ای ...
 الف. حداکثر $(n+1)$ است.
 ب. کوچکتر یا مساوی n است.
 ج. حداقل n است.
 د. دقیقاً n است.

۱۲. در فرمول تفاضلهای محدود بین سه نقطه x_i و x_j و x_k کدام رابطه صحیح نیست؟

الف. $f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_i - x_k}$ ب. $f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{x_k - x_i}$

ج. $f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_k] - f[x_i, x_j]}{x_k - x_j}$ د. $f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_i, x_k]}{x_i - x_k}$

۱۳. از جدول درونیابی به کمک تفاضلات پیشرو، مقدار چند جمله ای

x_i	۰	۰/۲	۰/۴	۰/۶
y_i	۰	۰/۲۰۳	۰/۴۲۳	۰/۶۸۴

درونیاب در $x = ۰/۵$ برابر است با:

- الف. $۰/۴۵۸۶۷۵$ ب. $۰/۴۸۵۶۵۷$ ج. $۰/۵۶۴۸۷۵$ د. $۰/۵۴۶۸۷۵$

۱۴. تفاوت کاربرد تفاضلات محدود و تفاضلات پیشرو در چیست؟

- الف. اولی برای فاصله های مثبت، دومی برای فاصله های متقارن استفاده می شود
 ب. اولی برای تعداد نقاط فرد، دومی برای تعداد نقاط زوج استفاده می شود.
 ج. اولی برای نقاط دلخواه، دومی برای نقاط متساوی الفاصله استفاده می شود.
 د. اولی برای نقاط متساوی الفاصله، دومی برای نقاط دلخواه استفاده می شود.

۱۵. اگر خط $y = ax + b$ ، تقریب، داده‌های (x_i, y_i) ، $0 \leq i \leq n$ با کمترین خطای مربعات باشد، در این صورت معادلات نرمال برای پارامترهای a و b کدامند؟

$$\begin{cases} a \sum x_i^2 + b \sum y_i = \sum x_i y_i & \text{ب.} \\ a \sum x_i + b n = \sum y_i & \text{الف.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \sum x_i y_i + b \sum y_i = \sum x_i^2 & \text{د.} \\ a \sum x_i + b n = \sum y_i & \text{ج.} \end{cases}$$

۱۶. کدام گزینه رابطه صحیح بین تفاسلات پیشرو مرتبه n -ام و مشتقات مرتبه n -ام یک تابع جدولی متساوی الفاصله (x_i, y_i) ، $0 \leq i \leq n$ را بیان می‌کند؟

$$y_i^{(n)} \cong \frac{\Delta^{n+1} y_0}{h^n} \quad \text{ب.} \quad y_0^{(n)} \cong \frac{\Delta^n y_0}{h^{n+1}} \quad \text{الف.}$$

$$y_0^{(n)} \cong \frac{\Delta^n y_0}{h^n} \quad \text{د.} \quad y_i^{(n+1)} \cong \frac{\Delta^n y_0}{h^{n+1}} \quad \text{ج.}$$

۱۷. بین فرمولهای زیر برای تقریب مشتق دوم در گره i -ام یک جدول داده‌های متساوی الفاصله کدامیک از دقت بیشتری برخوردار است؟

$$y_i'' \cong \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \quad \text{ب.} \quad y_i'' \cong \frac{y'_{i+1} - y'_i}{h} \quad \text{الف.}$$

$$y_i'' \cong \frac{y'_{i+1} + y'_{i-1}}{2h} \quad \text{د.} \quad y_i'' \cong \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2} \quad \text{ج.}$$

۱۸. کدامیک از روشهای تقریبی زیر در انتگرالگیری سرعت عمل بیشتری دارد؟

الف. گاوس ب. سیمپسون ج. ذوزنقه د. رامبرگ

۱۹. کدامیک از روشهای تقریبی زیر در انتگرالگیری دارای سرعت همگرایی بیشتر می‌باشد؟

الف. گاوس ب. سیمپسون ج. ذوزنقه د. رامبرگ

۲۰. روش اویلر برای حل معادله دیفرانسیل $y' = xy + 2y - x$ به کدام رابطه تکراری منجر می‌شود؟

$$y_{i+1} = y_i + h(x_i y_i + y_i - x_i) \quad \text{ب.} \quad y_{i+1} = (2h+1)x_i + h y_i (x_i - 1) \quad \text{الف.}$$

$$y_{i+1} = h y_i + 2h x_i (y_i - 1) \quad \text{د.} \quad y_{i+1} = (2h+1)y_i + h x_i (y_i - 1) \quad \text{ج.}$$

۱. روشه مثبت معادله $e^x - 3x^2 = 0$ را به روش نیوتن تا دقت ۵ رقم اعشار بیابید.

۲. دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} 0.6x + 3.8y + 7.0z = 5.7 \\ 2.6x + 3.1y + 5.0z = 2.6 \\ 3.7x + 5.8y + 2.9z = 3.4 \end{cases}$ را از روش تجزیه LU حل کنید.

۳. چند جمله‌ای درونیاب جدول داده‌های

x_i	$3/2$	$2/7$	$1/0$	$4/8$
y_i	$22/0$	$17/8$	$14/2$	$38/8$

را بیابید.

۴. از تابع جدولی زیر به دو روش الف) دوزنقه ب. $\frac{1}{3}$ سیمپسون انتگرالگیری کنید.

x_i	$1/8$	$2/0$	$2/2$	$2/4$	$2/6$	$2/8$	$3/0$
y_i	$6/050$	$7/389$	$9/025$	$11/023$	$13/464$	$16/445$	$20/086$

۵. معادله دیفرانسیل $y' = -2x - y$ را با شرط اولیه $y(0) = -1$ در فاصله $[0, 0.4]$ با طول بازه $h = 0.1$ حل کنید در واقع مقادیر $y(0.1), \dots, y(0.4)$ را تقریب بزنید.

روشهای محاسبات نیمسال اول ۸۳

۱. حاصل عبارت $۰/۰۰۳۵ \times 10^5 - ۱۴/۵ \times 10^{-۲}$ بروش قطع کردن تا سه رقم اعشار در نمایش علمی کدام است؟

الف. $-۳/۴۸۶ \times 10^{-۱}$ ب. $۳۴/۸۵۵ \times 10^{+۱}$

ج. $۳۴/۸۵۶ \times 10^{-۲}$ د. $-۳/۴۸۵ \times 10^{+۲}$

۲. اگر $A = ۱۲۳/۴۵۶ \times 10^{-۵}$ ، $a = ۰/۰۰۱۲۳$ تقریبی از A باشد، در این صورت خطای نسبی کدام است؟

الف. $۰/۳۶۹ \times 10^{-۳}$ ب. $۳/۶۹۵ \times 10^{-۴}$

ج. $۳/۶۹۴ \times 10^{-۳}$ د. $۳/۶۹۳ \times 10^{-۲}$

۳. در تست قبل تعداد ارقام با معنای صحیح a برابر است با:

الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

۴. اگر γ حجم مکعب مستطیلی به اضلاع a, a, b باشد و مقدار واقعی ابعاد آن بترتیب $a = ۲$ ، $b = ۱$ متر باشد و خطای

اندازه‌گیری طولها ۱ میلی‌متر باشد، در این صورت خطای اندازه‌گیری حجم مکعب برابر است با:

الف. $۰/۰۰۰۳$ ب. $۰/۰۰۰۸$ ج. $۰/۰۰۰۴$ د. $(۰/۰۱)^۳$

۵. در روش تکرار ساده برای حل معادله $x = g(x)$ در چه شرایطی دنباله $x_n = g(x_{n-1})$ همگرایی نوسانی خواهد شد؟

الف. $\forall x \in [a, b], \exists K \in R^+ : |g'(x)| \leq K < 1, g'(x) < ۰$

ب. $\forall x \in [a, b]: |g'(x)| \leq 1, g'(x) < ۰$

ج. $\forall x \in [a, b], \exists K \in R^+ : |g'(x)| \leq K < 1, g'(x) > ۰$

د. $\forall x \in [a, b]: |g'(x)| \leq 1, g'(x) > ۰$

۶. برای حل معادله $x^۳ - ۵x^۲ + ۴x = ۳$ بروش تکرار ساده، کدام شکل برای تابع $g(x)$ مناسب‌تر است؟

ب. $g(x) = \frac{۳ - ۴x}{x^۳ - ۵x}$

الف. $g(x) = \frac{۳ - x^۳}{۴ - ۵x}$

د. $g(x) = \frac{۳ + ۵x^۲}{x^۲ + ۴}$

ج. $g(x) = \frac{۳}{x^۲ - ۵x + ۴}$

۷. برای حل یک معادله $f(x) = ۰$ در بازه $[۰, ۱]$ از روش نصف کردن فاصله تا ۶ بار تکرار استفاده می‌کنیم. دقت ریشه

بدست آمده چقدر خواهد بود؟

الف. $۰/۰۰۰۰۱$ ب. $۰/۰۰۰۸$ ج. $۰/۰۰۳۱۳$ د. $۰/۰۱۵۷$

۸. جوابی از معادله $e^x - 3x = 0$ ، بروش نیوتن به ازای $x_0 = 0/5$ ، $n = 3$ کدام است؟

الف. $x_3 = 0/61890$ ب. $x_3 = 0/61902$ ج. $x_3 = 0/61809$ د. $x_3 = 0/61906$

۹. در روش تجزیه LU برای یک ماتریس مربع $A_{n \times n}$ ، L ، U بترتیب دو ماتریس و هستند.

الف. پائین مثلثی با قطر یک و بالا مثلثی
ب. پائین مثلثی و بالا مثلثی با قطر یک

ج. اکیداً پائین مثلثی و بالا مثلثی
د. پائین مثلثی و اکیداً بالا مثلثی

۱۰. اگر A یک ماتریس متقارن باشد و L صورت ساده شده پائین مثلثی A از روش حذفی گاوس را نمایش دهد در این صورت

کدام رابطه صحیح است؟

الف. $A = LL^T$ ب. $A = L^T L$ ج. $A = LL^{-1}$ د. $A = L^{-1} L$

۱۱. کدامیک از روشهای تکراری زیر در حل دستگاه $AX = b$ دقیقتر است؟

الف. حذفی گاوس ب. چولسکی ج. گاوس - سیدل د. ژاکوبی

۱۲. روش لوریه - فاویر در جبر ماتریسی برای تعیین چه ویژگیهایی از ماتریس مربع A به کار می‌رود؟

الف. تعیین معادله مشخصه و دترمینان ماتریس
ب. دترمینان ماتریس و معکوس ماتریس

ج. تعیین معادله مشخصه و معکوس ماتریس
د. اثر و دترمینان معکوس ماتریس

۱۳. بردارهای ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ کدامند؟

الف. $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ب. $v_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

ج. $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ د. $v_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۱۴. چند جمله‌ایهای لاگرانژ $\phi_i(x)$ بین $(n+1)$ نقطه x_0, x_1, \dots, x_n در کدام روابط صدق می‌کنند؟

الف. $\forall x = x_i: \sum_{i=0}^n \phi_i(x) = x$ ب. $\forall x = x_i: \sum_{i=0}^n \phi_i(x) = 1$

ج. $\forall x = x_i: \sum_{i=0}^n \phi_i(x) = 0$ د. $\forall x = x_i: \sum_{i=0}^n \phi_i(x) = \sum_{i=0}^n x_i$

۱۵. امتیاز روش درونیابی نیویل بر روش لاگرانژ چیست؟

الف. درونیابی در اطراف هر نقطه میانی جدول تا هر درجه مورد نیاز به تفکیک امکان‌پذیر است.

ب. درونیابی در اطراف نقطه ابتدایی جدول تا هر درجه مورد نیاز به تفکیک امکان‌پذیر است.

ج. درونیابی در اطراف نقاط انتهایی جدول تا هر درجه مورد نیاز به تفکیک امکان‌پذیر است.

د. درونیابی به شکل پله‌ای از گره ابتدا تا انتها را بتدریج طی می‌کند.

۱۶. در روش اسپلاین‌ها درونیابی به شکل انجام می‌شود.

- الف. قطعه خطهای متصل بهم
 ب. قطعه هذلولی‌های متصل بهم
 ج. قطعه سهمیهای متصل بهم
 د. قطعه کمانهای چند جمله‌ای متصل بهم

۱۷. در روش خط تقریب حداقل مربعات بین گروههای $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$ ضرایب معادله خط $y = ax + b$ از کدام روابط بدست می‌آیند؟

$$\begin{cases} a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i & \text{ب} \\ a \sum x_i + b n = \sum y_i & \text{الف} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \sum x_i + b \sum y_i = \sum x_i y_i & \text{الف} \\ a \sum x_i^2 + nb = \sum y_i^2 & \text{ب} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(\sum x_i)^2 + b \sum x_i = \sum x_i^2 & \text{د} \\ a \sum x_i^2 + b \sum y_i = \sum x_i y_i & \text{ج} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum y_i^2 & \text{ب} \\ a \sum x_i + b \sum y_i = \sum x_i y_i & \text{ج} \end{cases}$$

۱۸. از چند جمله‌ای پیشروی نیوتن، فرمول تقریبی $f'(x_0)$ به کدام شکل حاصل می‌گردد؟

الف. $f'(x_0) \cong \frac{1}{h} (\Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{6} \Delta^3 f_0 - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} \Delta^n f_0)$

ب. $f'(x_0) \cong \frac{1}{h} (\Delta f_0 + \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{6} \Delta^3 f_0 + \dots + \frac{1}{n} \Delta^n f_0)$

ج. $f'(x_0) \cong \frac{1}{h} (\Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{6} \Delta^3 f_0 - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} \Delta^n f_0)$

د. $f'(x_0) = \frac{1}{h} (\Delta f_0 + \frac{1}{2} \Delta^2 f_1 + \frac{1}{6} \Delta^3 f_2 + \dots + \frac{1}{n} \Delta^n f_n)$

۱۹. کدامیک از فرمولهای زیر برای محاسبه مشتق دوم $f''(x_0)$ از درجه دقت بیشتری برخوردار است؟

الف. $\frac{f_1 - 2f_0 + f_{-1}}{h^2}$

ب. $\frac{-f_3 - 4f_2 - 5f_1 + 2f_0}{h^2}$

ج. $\frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{h^2}$

د. $\frac{f_0 - 2f_{-1} + f_{-2}}{h^2}$

۲۰. حاصل انتگرال $\int_0^2 \sqrt{3+x^2} ds$ از روش سیمپسون به ازای $h = 0.5$ کدام است؟

- الف. ۱۴/۱۲۰۸
 ب. ۱۶/۲۵۳۰
 ج. ۱۳/۸۲۰۳
 د. ۱۵/۱۰۸۹

سوالات تشریحی

۱. ریشه مثبت معادله $x^3 - 4x^2 - 8x - 1 = 0$ را بروش نصف کردن فاصله با ۵ بار تکرار محاسبه کنید. (بازه اولیه را [۰ ۱] انتخاب کنید).

۲. الف. تجزیه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ را به شکل LU بیابید.

ب. بکمک تجزیه بخش الف دستگاه معادلات $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$ را حل کنید.

۳. چند جمله‌ای‌های درونیاب را برای داده‌های جدول زیر بترتیب در فواصل $[3/2, 4/8]$ و $[3/2, 5/6]$ بیابید. سپس بکمک آنها مقدار تابع $y = f(x)$ را در نقطه $x_0 = 3/5$ تقریب بزنید.

x_i	$3/2$	$2/7$	$1/5$	$4/8$	$5/6$
f_i	$22/5$	$17/8$	$14/2$	$38/3$	$51/7$

۴. از جدول داده‌های زیر مقادیر $f'(0)$ و $f'(1/25)$ را بکمک چند جمله‌ای درونیاب نیوتن (و تفاضلات پیشرو نیوتن) از درجه چهارم تقریب بزنید.

i	x_i	f_i	Δf_i	$\Delta^2 f_i$	$\Delta^3 f_i$
۰	۰/۳	۰/۳۹۸۵	۰/۲۶۱۳	-۰/۰۰۰۶۴	-۰/۰۰۰۲۲
۱	۰/۵	۰/۶۵۹۸	۰/۲۵۴۹	-۰/۰۰۰۸۶	
۲	۰/۷	۰/۹۱۴۷	۰/۲۴۶۴		
۳	۰/۹۰	۱/۱۶۱۱			
۴					
۵					

۵. انتگرال $I = \int_0^1 x^x dx$ را بروش سیمپسون به ازای $n = 10$ محاسبه کنید.