

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

برای دریافت سوالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

آنالیز ریاضی نیمسال دوم ۸۳

فرض کنید $\alpha = \sup A$ در این صورت کدام عبارت درست است؟

الف. $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in A; \alpha - \varepsilon < x$ ب. $\exists \varepsilon > 0, \forall x \in A; \alpha - \varepsilon < x$

ج. $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in A; \alpha - \varepsilon > x$ د. $\exists \varepsilon > 0, \forall x \in A; \alpha - \varepsilon > x$

فرض کنید $A = (1, 2] \cup \{3\}$ در این صورت:

الف. $\inf A = 1, \sup A = 2$

ب. $\sup A = 2$ و اینفیمم A موجود نیست.

ج. A سوپریم ندارد، $\inf A = 1$

د. $\inf A = 1, \sup A = 3$

مجموعه اعداد $A = \{-1, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \dots, -\sqrt{n}, \dots\}$ در کدام خاصیت زیر صدق می‌کند؟

الف. از پائین کراندار است. ب. متناهی است. ج. از بالا کراندار است. د. $A - \{1\}$ زیرمجموعه اعداد اصم است.

فرض کنید $\{a_n\}, \{b_n\}$ دنباله‌هایی کراندار از اعداد حقیقی باشند به طوری که همواره $a_n \leq b_n$. در این صورت کدام

ارت نادرست است؟

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ب. $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$

ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ د. $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$

کدام عبارت درست است؟

الف. $a_n = (-1)^n \Rightarrow \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = -1$

ب. $a_n = -n \Rightarrow \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

ج. هر دنباله کراندار از اعداد حقیقی، زیر دنباله‌ای همگرا دارد.

د. اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی و از پائین بی‌کران باشد آنگاه $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

کدامیک از سریهای زیر واگراست؟

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$ ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$ ج. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ د. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)^2}$

فرض کنید $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ ، $b_n = a_{n+1}$ در این صورت مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ برابر است با:

الف. $S - a_1$ ب. a_1 ج. S د. $a_1 - S$

کدامیک از توابع زیر یک متریک بر R است؟

الف. $d_1(x, y) = (x - y)^2$

ب. $d_p(x, y) = \sqrt{|x - y|}$

ج. $d_p(x, y) = |x^p - y^p|$

د. $d_p(x, y) = |x - py|$

۹. فرض کنید A° مجموعه تمام نقاط درونی A باشد. کدام عبارت درست نیست؟

الف. A° همیشه باز است.

ب. A باز است اگر و فقط اگر $A = A^\circ$

ج. $G \subseteq A^\circ$ و $G \subseteq A$ باز آنگاه $G \subseteq A^\circ$

د. درون E, \bar{E} همواره یکی است.

۱۰. فرض کنید $A = R - Q$ (مجموعه اعداد اصم) در این صورت A' (مجموعه نقاط حدی) عبارتست از:

الف. R ب. Q ج. $R - Q$ د. \emptyset

۱۱. کدام عبارت درست نیست؟

الف. Z در R بسته است.

ب. $(0, 1)$ در R فشرده نیست.

ج. Q در R نه باز و نه بسته است.

د. Q کامل است.

۱۲. گوی باز در $R \subseteq N$ (مجموعه اعداد طبیعی) به مرکز x و به شعاع یک عبارتست از:

الف. $(x-1, x+1)$ ب. $\{1\}$ ج. $\{x\}$ د. \emptyset

۱۳. فرض کنید $E \subseteq R^K$. در اینصورت کدام عبارت معادل سایر عبارتها نیست؟

الف. E فشرده است.

ب. E بسته و کراندار است.

ج. هر زیر مجموعه نامتناهی E حداقل دارای یک نقطه حدی است.

د. هر دنباله کراندار و صعودی E همگراست.

۱۴. کدام عبارت درست است؟

الف. درون هر مجموعه همبند، لزوماً همبند است.

ب. بست هر مجموعه همبند، همواره همبند است.

ج. $(0, 1)$ با متریک معمولی کامل است.

د. $(0, 1)$ با متریک مجزا کامل نیست.

۱۵. تابع $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases}$ در کدامیک از نقاط زیر دارای حد است؟

الف. ۱

ب. $\frac{1}{2}$

ج. ۲

د. صفر

۱۶. فرض کنید f تابعی حقیقی و پیوسته بر فضای متریک X باشد. قرار می‌دهیم $Z(f) = \{x \in X \mid f(x) = 0\}$ در این

صورت کدام عبارت در مورد $Z(f)$ درست است؟

الف. بسته است.

ب. باز است.

ج. نه بسته و نه باز است.

د. هیچکدام

۱۷. کدامیک از توابع زیر پیوسته یکنواخت است؟

الف. $f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, 1]$

ب. $f(x) = x^2, x \in R$

ج. $f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, 1)$

د. $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$

۱۸. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x^c} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در این صورت $f'(0)$ موجود است اگر و فقط اگر:

الف. $a = 0$ ب. $a < 1$ ج. $a > 1$ د. $a = -1$

۱۹. اگر $f(x) = |x^3|$ در این صورت کدام عبارت درست است؟

الف. $f'_+(0) = 6$ ب. $f''_+(0) = 6$ ج. $f'''_-(0) = 6$ د. $f'''(0) = 6$

۲۰. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} x^p \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در این صورت مقدار $f'(0)$ عبارتست از:

الف. صفر ب. ۱ ج. -۱ د. وجود ندارد.

سوالات تشریحی:

۱. فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد به طوری که $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ثابت کنید $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$

۲. الف: فشردگی یک فضای متریک را تعریف کنید.

ب: ثابت کنید فضای متریک M فشرده است اگر و فقط اگر هر خانواده از مجموعه‌های بسته با اشتراک تهی، دارای زیر خانواده‌ای متناهی با اشتراک تهی باشد.

۳. الف: پیوستگی یکنواخت را تعریف کنید.

ب: فرض کنید f بر فضای متریک و فشرده X یک به یک و پیوسته باشد، ثابت کنید f^{-1} نیز پیوسته است.

۴. فرض کنید $A = [0, 1]$ ، f تابعی پیوسته از A به توی A باشد. ثابت کنید حداقل یک x در A وجود دارد به طوری که $f(x) = x$.

۵. فرض کنید f به ازاء هر $x > 0$ تعریف شده و مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. قرار می‌دهیم

$g(x) = f(x+1) - f(x)$ ثابت کنید $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ (راهنمایی: قضیه مقدار میانگین را به کار ببرید).