

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

برای دریافت سوالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

آنالیز عددی ۱ نیمسال اول ۸۴

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر $y = \frac{a}{bc}$ و $\delta_a, \delta_b, \delta_c$ و δ_y به ترتیب خطای نسبی a, b, c و y باشند کدام رابطه درست است؟

ب. $\delta_a \leq \delta_b + \delta_c$

الف. $\delta_y \leq \delta_a + \delta_b + \delta_c$

د. $\delta_y \leq \frac{\delta_a}{\delta_b \times \delta_c}$

ج. $\delta_y \leq \delta_a - \delta_b - \delta_c$

۲. روش تکراری نیوتن برای پیدا کردن تقریبی از ریشه k ام ($k > 1$) عدد حقیقی مثبت A کدام است؟

ب. $x_{n+1} = \frac{k-1}{k} \left[x_n - \frac{A}{x_n^{k-1}} \right]$

الف. $x_{n+1} = kx_n + (k+1)Ax_n^{-k}$

د. $x_{n+1} = \frac{k-1}{k} \left[x_n + \frac{A}{(k-1)x_n^{k-1}} \right]$

ج. $x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^k}{x_n^{k-1}} A$

۳. معادله $x^3 - \cos x = 0$ چند ریشه دارد

الف. فاقد ریشه ب. یک ریشه ج. دو ریشه د. سه ریشه

۴. در چه صورت چند جمله‌ای درونیاب تابع f در نقاط متمایز x_0, x_1, \dots, x_n خود تابع f است؟

الف. f' یک چند جمله‌ای باشد.

ب. f یک تابع ثابت باشد.

ج. f یک تابع کراندار باشد.

د. f یک چند جمله‌ای حداکثر از درجه n باشد.

۵. روش رامبرگ برای انتگرالهای تقریبی از چه جهت اهمیت دارد؟

الف. با استفاده از مشتقات تابع دقت انتگرال‌گیری افزایش می‌یابد.

ب. روشهای کلاسیک مانند نقاط میانی و سیمپسون را به کار نمی‌برد.

ج. از نقاط متساوی‌فاصله استفاده نمی‌کند.

د. با افزایش تعداد نقاط در فاصله انتگرال‌گیری و ترکیب روشهایی با مرتبه خطای معین به روشی با خطای کمتر دست

می‌یابد.

۶. روش تنصیف (دو بخشی) در مورد کدام ریشه‌های تابع $f(x)$ مناسبتر است؟

الف. ریشه‌ای که در اطراف آن تابع از درجه ۲ باشد

ب. ریشه‌ای که در اطراف آن تابع مشتق‌پذیر باشد

ج. ریشه‌ای که در اطراف آن علامت تابع عوض شود.

د. ریشه‌ای که در اطراف آن f مثبت باشد.

۷. اگر $\ell_k(x)$ ضریب k ام درونیابی لاگرانژ $f_n(x)$ باشد آنگاه

الف. $\sum_{k=0}^n \ell_k(x) = n$

ب. $\sum_{k=0}^n \ell_k(x) = 1$

ج. $\sum_{k=0}^n \ell_k(x) = \frac{f(x)}{n}$ (تابع مورد درونیابی می باشد)

د. $\sum_{k=0}^n \ell_k(x) = 0$

۸. اگر E عملگر انتقال و Δ و ∇ عملگرهای پیشرو و پسرو باشند کدام رابطه درست است؟

ب. $\nabla = E^{-1} - 1$

الف. $E^k f_i = f_{i-k+1}$

د. $\Delta = 1 - E$

ج. $\Delta f_i = \nabla f_{i+1}$

۹. کدامیک از عبارات زیر یک کران بالا برای خطای قاعده سیمپسونی برای انتگرالگیری روی فاصله $[a, b]$ با طول کام h را نتیجه می دهد؟

ب. $\frac{(b-a)}{180} h^4 \text{Max}_{x \in [a, b]} |f^{(4)}(x)|$

الف. $\frac{(b-a)}{180} \text{Max}_{x \in [a, b]} |f^{(4)}(x)|$

د. $\frac{(b-a)}{90} h^4 \text{Max}_{a \leq x \leq b} |f^{(4)}(x)|$

ج. $\frac{(b-a)}{90} h^5 \text{Max}_{a \leq x \leq b} |f^{(4)}(x)|$

۱۰. برای محاسبه x_n ها در روش دو بخشی کدام گزینه زیر معیار توقف نمی باشد؟

الف. $|f(x_n)| < \varepsilon$ که ε عدد مفروض کوچکی است

ب. $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$ که ε عدد مفروض کوچکی است

ج. $|\frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}}| < \varepsilon$ که ε عدد مفروض کوچکی است

د. $\text{Lim}_{n \rightarrow \infty} |\frac{x_{n+1}}{x_{n-1}}| = 0$

۱۱. تخمین $\int_a^b f(x) dx \approx w_1 f(t)$ را در نظر بگیرید. برای آنکه این تخمین برای توابع چند جمله ای حداکثر درجه ۱ دقیق

باشد، مقادیر w_1 و t چه باید باشد؟

ب. $t = b \quad w_1 = b - a$

الف. $t = \frac{a+b}{2} \quad w_1 = \frac{b-a}{2}$

د. $t = \frac{a+b}{2} \quad w_1 = b - a$

ج. $t = a \quad w_1 = b - a$

۱۲. بسط عدد $\frac{3}{7}$ را در مبنای ۲ بنویسید.

د. ۰/۱۱۱

ج. ۰/۰۱۱

ب. ۰/۱۱۰

الف. ۰/۰۰۱

۱۳. کدام جزء منابع خطاست؟

الف. خطای مطلق ب. خطای نسبی ج. خطای نمایش اعداد د. خطای برشی

۱۴. چند جمله‌ای $p(x) = x^3 + 10x^2 + 25x$ دارای ریشه‌های ۰ و ۵ - می‌باشد برای پیدا کردن ریشه ۵ - با نقطه شروع مناسب، روش نیوتن دارای نرخ همگرایی از چه مرتبه‌ای است

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. ۴

۱۵. اگر $p(z) = (z - a)q(z) + b$ ، عبارتست از:

الف. $q''(a)$ ب. $q(a)$ ج. $q'(a)$ د. $2q'(a)$

۱۶. برای تابع جدولی مقدار $f[x_0, x_1, x_2]$ را بیابید.

x_i	۲	۳	۴
f_i	۵	۱۰	۱۱

الف. ۵ ب. -۱ ج. ۱ د. -۲

۱۷. چند جمله‌ای درونیاب تابع جدولی مسئله قبل را بیابید.

الف. $5x - 5$ ب. $x^2 + 10x + 17$ ج. $-2x^2 + 15x - 17$ د. $-2x^2 + 15x - 22$

۱۸. برای تابع جدولی مقدار تقریبی f'_0 را با استفاده از $f'_0 = \frac{\Delta f_i}{h}$ بیابید.

x_i	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵
f_i	۱/۱۶۱۸۳	۱/۲۲۱۴۰	۱/۲۸۴۰۳

بیابید

الف. $1/1332$ ب. $1/1914$ ج. $1/2526$ د. $1/3166$

۱۹. در صورتیکه بدانیم $T_{01} = 2/5$ و $T_{02} = 2/6$ مقدار T_{11} با قاعده رامبرگ کدام است؟

الف. $\frac{79}{30}$ ب. $\frac{104}{3}$ ج. $2/6$ د. هیچکدام

۲۰. اگر $f(x) = x^{n+1}$ چه شرطی لازم است تا چند جمله‌ای درونیاب f در نقاط x_0, \dots, x_n درجه‌ای کمتر از n داشته باشد؟

الف. نقاط متساوی‌فاصله باشند. ب. $\sum_{i=0}^n x_i = 0$ ج. $\prod_{i=0}^n x_i = 0$ د. $\sum_{i=0}^n x_i = n$

سوالات تشریحی

۱. ثابت کنید: اگر بسط اعشاری عدد A مختوم یا نامختوم و متناوب باشد، A عدد گویاست.

۲. ثابت نمایید معادله $x^2 - (1-x)^5 = 0$ تنها یک ریشه حقیقی دارد.

۳. با توجه به اینکه $\Delta = E - 1$ و $\nabla = 1 - E^{-1}$ ثابت نمایید.

$$\nabla^k f_i = \sum_{r=0}^k (-1)^r \binom{k}{r} f_{i+k-r}$$

۴. با استفاده از فرمول چهار نقطه‌ای گوس تقریبی از انتگرال زیر را حساب نمایید.

$$I = \int_1^3 \frac{\sin^2 x}{x} dx$$

۵. تقریبی از $y(0.1)$ را با استفاده از فرمول مرتبه ۴ رونگه - کوتا برای دستگاه زیر حساب نمایید. ($h = 0.1$)

$$\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر تقریب a گرد شده A تا k رقم اعشار باشد، آنگاه:

الف. $|A - a| \leq 5 \times 10^{-k}$ ب. $|A - a| \geq 5 \times 10^{-k}$
 ج. $|A - a| \leq 5 \times 10^{-k-1}$ د. $|A - a| \geq 5 \times 10^{-(k+1)}$

۲. کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

الف. $\delta(a + b) \leq \max\{\delta(a), \delta(b)\}$ ب. $\delta(ab) \leq \delta(a) + \delta(b)$
 ج. $e(ab) \leq ae(b) + be(a)$ د. $e(ab) \leq e(a) + e(b)$

۳. اگر x تقریبی از y با ۳ رقم با معنای درست باشد آنگاه $10 \cdot x$ به عنوان تقریبی از $10 \cdot y$ چند رقم با معنای درست دارد؟

الف. ۲ رقم ب. ۴ رقم ج. ۲ رقم د. نمی‌توان تصمیم گرفت.

۴. فرمول $x_{n+1} = x_n(2 - ax_n)$ تقریبی از معکوس عدد $a \neq 0$ را با روش نیوتن محاسبه می‌کند. اگر

$e_n = x_n - \frac{1}{a}$ کدام گزینه درست است؟

الف. $e_{n+1} = a^2 e_n$ ب. $e_{n+1} = -a e_n^2$ ج. $e_{n+1} = a e_n^2$ د. $e_{n+1} = \frac{1}{a} e_n^2$

۵. تعداد ریشه‌های حقیقی معادله $x^7 + 3x^5 - 2x^4 - x^3 - x - 4 = 0$ حداکثر برابر است با:

الف. ۱ ب. ۳ ج. ۵ د. ۷

۶. معادله $x^2 - 2^x = 0$ چند ریشه منفی دارد؟

الف. ۰ ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۷. اگر تقریب a گرد شده عدد A تا ۵ رقم با معنا باشد، آنگاه:

الف. $\delta(a) < 5 \times 10^{-6}$ ب. $\delta(a) < 5 \times 10^{-5}$
 ج. $e(a) < 5 \times 10^{-6}$ د. $e(a) < 5 \times 10^{-5}$

۸. چند جمله‌ای $p(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ دارای ریشه‌های ۲ و ۰ است. برای پیدا کردن ریشه $x = 2$ با نقطه شروع مناسب، روش نیوتن دارای چه مرتبه همگرایی است؟

الف. ۰ ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۹. اگر بدانیم $f(1) = 1/2$ ، $f(1/2) = 1/6$ ، $f(1/4) = 1/9$ ، مقدار $T(0, 2)$ به عنوان تقریبی از $\int_1^{1/4} f(x) dx$ به

روش ذوزنقه‌ای کدام است؟

الف. ۰/۴۲ ب. ۰/۲۱ ج. ۰/۶۳ د. ۰/۱۵۸

۱۰. برای سؤال ۹ مقدار $f[1, 1/2, 1/4]$ کدام است؟

الف. ۰/۱ ب. ۰/۴۵ ج. ۰/۲۵ د. -۱/۲۵

۱۱ هرگاه ریشه‌های معادله $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ مقادیر x_1, x_2, x_3 باشند مجموع آنها کدام است؟

- الف $-\frac{b}{a}$ ب $-\frac{c}{d}$ ج $-\frac{c}{a}$ د $-\frac{a}{c}$

۱۲ برای سوال ۱۱ مقدار x_1, x_2, x_3 اضرب ریشه‌ها کدام است؟

- الف $\frac{d}{a}$ ب $-\frac{d}{a}$ ج $\frac{b}{a}$ د $-\frac{b}{a}$

۱۳ در چه صورت چند جمله‌ای درویب تابع f در نقاط متمایز x_1, x_2, \dots, x_n خود تابع f است؟

- الف یک چند جمله‌ای باشد. ب f یک چند جمله‌ای درجه $(n-1)$ باشد
ج f یک تابع کراندار باشد. د f یک چند جمله‌ای حداکثر از درجه n باشد

۱۴ کدام گزینه نادرست است؟ $L_j(x)$ ها چند جمله‌ای لاگرانژ هستند

الف $\sum_{j=1}^n L_j(x) = 1$ ب چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مستقر حضر هستند

ج $\prod_{j=1}^n L_j(x) = 1$ د $L_j(x_i) = \begin{cases} 1 & ; i=j \\ 0 & ; i \neq j \end{cases}$

۱۵ خطای $\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$ به عنوان تقریب از f'_i متناسب با کدام توان h است؟

- الف توان یک ب توان ۲ ج توان ۳ د توان صفر

۱۶ روش نقطه میانی انتگرال گیری برای کدام چند جمله‌ایها دقیق است؟

- الف نادرجه یک ب نادرجه ۲ ج نادرجه ۳ د نادرجه صفر

۱۷ فرمول دو نقطه‌ای گاوس از نظر دقت با کدامیک از روشهای زیر قابل مقایسه است؟

- الف روش سیمپسون ب روش رامبرگ ج روش ذوزنقه‌ای د روش نقطه میانی

۱۸ در انتگرال گیری به روش گاوس از چه بازه‌ای استفاده می‌کنید؟

- الف $[0, 1]$ ب $[-1, 0]$ ج $[-1, 1]$ د بازه دلخواه $[a, b]$

۱۹ مقدار M_1 برای معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ با $h = 0.1$ به روش اویلر کدام است؟

- الف ۱/۱ ب ۱/۲۲ ج ۱/۳۶ د ۱/۱۱

۲۰ با استفاده از روش نیلور مرتبه ۲ مقدار تقریبی $y_1 = y_1(h)$ برای معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y' = 1 - x^2 + y \\ y(0) = 0.5 \end{cases}$ کدام است؟

الف $0.5 + 1.5h + 0.75h^2$ ب $0.5 + 2h + 4h^2$

ج $0.5 + h + h^2$ د $0.5 + h + 1.5h^2$

سؤالات تشریحی

۱. نشان دهید که اگر a گرد شده عدد حقیقی و مثبت A تا K رقم با معنا باشد آنگاه $\delta(a) < 5 \times 10^{-k}$ رقمهای درست a عدد 10^{k-1} نباشد.

۲. در فرمول $f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$ قدر مطلق جمله غالب در عبارت خطا را پیدا کنید.

۳. همگرایی روش نیوتن را توضیح دهید و سپس فرمول تکرار روش نیوتن را برای تقریب $\sqrt[3]{2}$ بدست آورید.

۴. مقدار $y(0.3)$ را برای دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر با شرایط داده شده با تیلور مرتبه ۳ بدست آورید

$$\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \\ h = 0.1 \end{cases}$$

د اگر $F(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$ نشان دهید که:

$$= \frac{F(x)}{(x - x_j)F'(x_j)}$$